THESE

présentée

A L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

(PARIS VI)

pour obtenir le

DIPLOME DE DOCTEUR-INGENIEUR
spécialité : électronique

par

GENEVIEVE JAILLET

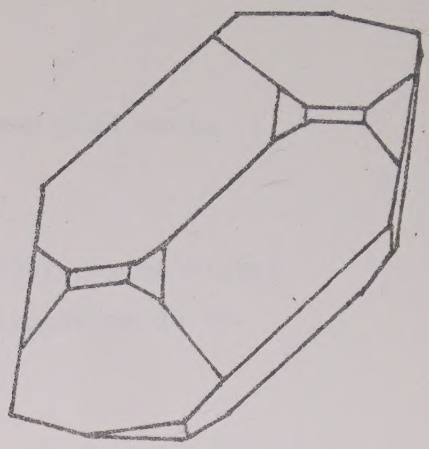
~ ~ ~

ONDES DE SURFACE SUR SUBSTRATS PIEZOELECTRIQUES; ETUDE ET REALISATION D'UN CAPTEUR DE TEMPERATURE.

~ ~ ~

Soutenue le 23 Octobre 1981, devant la Commission d'Examen

M. J. UEBERSFELD	President
M. J.J. GAGNEPAIN	Examinateur
M. D. HAUDEN	Examinateur
M^me J. HENAFF	Examinatrice
M. R. DUPONT	Examinateur



THESE

présentée

A L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

(PARIS VI)

pour obtenir le

DIPLOME DE DOCTEUR-INGENIEUR

spécialité : électronique

par

GENEVIEVE JAILLET

~ ~ ~

ONDES DE SURFACE SUR SUBSTRATS PIEZOELECTRIQUES; ETUDE ET REALISATION D'UN CAPTEUR DE TEMPERATURE.

~ ~ ~

Soutenue le 23 Octobre 1981, devant la Commission d'Examen

M. J. UEBERSFELD	President
M. J.J. GAGNEPAIN	Examinateur
M. D. HAUDEN	Examinateur
Mme J. HENAFF	Examinatrice
M. R. DUPONT	Examinateur

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux membres du Jury qui ont bien voulu examiner ce travail :

Le Président, Monsieur UEBERSFELD, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, grâce à qui j'ai pu obtenir une allocation de recherche pour la durée de cette thèse.

Madame HENAFF, Ingénieur en chef du Centre National d'Etude des Télécommunications.

Monsieur HAUDEN, Professeur de Microélectronique à l'Ecole d'Ingénieurs ENSMM de Besançon, qui a constamment suivi mes travaux.

Monsieur GAGNEPAIN, Directeur du Laboratoire de Physique et Métrologie des Oscillateurs du CNRS à Besançon, qui m'a proposé ce travail et accueillie dans son laboratoire.

Monsieur DUPONT, Directeur Technique de la Société Quartz et Electronique.

Au laboratoire, j'ai bénéficié des aides constantes et efficaces de :

Monsieur COQUEREL qui a permis la mise au point des dipositifs à ondes de surface.

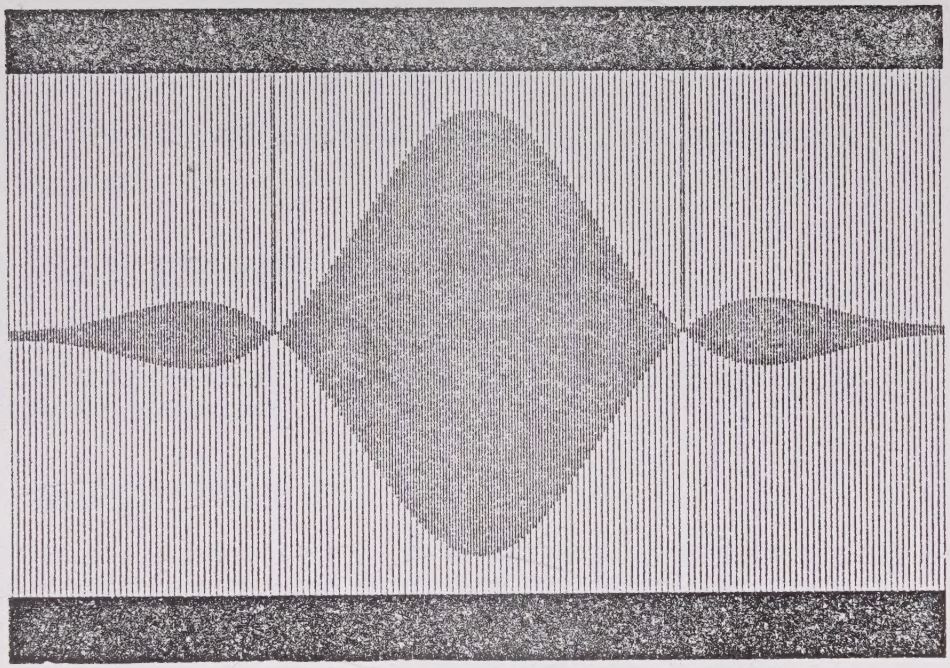
Monsieur GRAND qui s'est occupé de la partie électronique.

Monsieur MAGNIN pour les divers montages mécaniques.

Monsieur PRETOT responsable des asservissements automatiques de température.

Je n'aurai garde d'oublier l'accueil sympathique du personnel du Centre de Calcul qui m'a conseillée lors des difficultés techniques rencontrées en informatique.

Enfin je remercie Christiane HISLEUR et Gilles MARIANNEAU qui ont assuré la dactylographie et la reprographie de ce mémoire.



Il vaut mieux chercher où il
n'y a rien que ne rien trouver
où il y a quelque chose.

Confucius

α μεσ παρεντσ

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547318_0028

SOMMAIRE

Pages

NOTATIONS

INTRODUCTION 1

A - PROPRIETES GENERALES EN REGIME LINEAIRE DES ONDES ACOUSTIQUES DE SURFACE

I - EQUATIONS D'EQUILIBRE ET D'ETAT DANS L'APPROXIMATION LINEAIRE POUR LES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES 3

I.1 - Equations d'équilibre 4

I.2 - Conditions aux limites 5

I.3 - Vitesse de propagation de l'onde à la surface du substrat et coefficient de couplage 6

I.4 - Paramètres angulaires du substrat 9

II - AMPLITUDES DES DEPLACEMENTS ET DU POTENTIEL, CAS DEGENERES 10

III - FLUX D'ENERGIE 17

B - EFFETS THERMIQUES

I - LES COEFFICIENTS DE TEMPERATURE STATIQUES 21

II - METHODE DE PERTURBATIONS POUR DETERMINER LE COEFFICIENT DE TEMPERATURE DYNAMIQUE 29

C - RESOLUTION NUMERIQUE

I - PROGRAMME DE CALCUL DANS LE CAS DE MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES ET COMPARAISON AVEC LE PROGRAMME UTILISANT LES CONSTANTES DURCIES 35

D - APPLICATION DES METHODES THEORIQUES PRECEDENTES POUR DIFFERENTS MATERIAUX

I - QUARTZ 39

I.1 - Coupes ST, AT et Y 39

I.2 - Coupes peu sensibles à la température 45

I.3 - Coupes linéaires 51

II - NIOBATE DE LITHIUM 55

III - ARSENIURE DE GALLIUM 57

E - MESURE DES COEFFICIENTS DE TEMPERATURE STATIQUES

I - OSCILLATEUR A LIGNE A RETARD 63

I.1 - Principe d'une ligne à retard 63

I.2 - Adaptation 65

I.3 - Conditions d'oscillation 65

I.4 - Amplification 67

II - MESURE DES VARIATIONS DE FREQUENCE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE 71

II.1 - Montage expérimental 71

II.2 - Coefficients de température expérimentaux pour un substrat de quartz 71

II.3 - Coefficients de température pour l'arséniure de gallium et le niobate de lithium 75

II.4 - Application aux capteurs de température 79

II.5 - Mesure de stabilité

F - MESURE DU COEFFICIENT DE TEMPERATURE DYNAMIQUE

I - DISPOSITIF EXPERIMENTAL 84

II - DEPHASAGE ENTRE LA TEMPERATURE DETECTEE PAR UNE SONDE ET CELLE REELLEMENT APPLIQUEE A LA SURFACE DE LA LIGNE A RETARD 87

III - VARIATION RELATIVE DE FREQUENCE ET COEFFICIENT DYNAMIQUE 91

IV - RESULTATS 97

IV.1 - Interprétation des courbes 97

IV.2 - Valeurs expérimentales du coefficient dynamique 99

G - MESURE DU TEMPS DE REPONSE D'UNE SONDE A ONDE DE SURFACE

I - DISPOSITIF ELECTRONIQUE ET LIMITATION DE LA MESURE 102

I.1 - Notion de temps de réponse 105

I.2 - Chaîne de mesure 105

II - MESURES A L'AIDE D'UN FAISCEAU LASER 108

III - MESURES DANS UN FLUIDE D'AIR 109

IV - MESURES PAR BAIN DANS UN LIQUIDE 111

V - IDENTIFICATION D'UNE SONDE AVEC UN DISPOSITIF DU 1er ORDRE 113

VI - COMPARAISON AVEC LES DISPOSITIFS EXISTANTS ET AMELIORATIONS 115

H - CONCLUSION 119

I - BIBLIOGRAPHIE

J - ANNEXE

1 - Constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques ainsi que leurs coefficients de température d'ordre 1 et 2 A-1

2 - Coefficient de température d'ordre 2 d'un élément de longueur dirigé suivant x_1 A-6

3 - Organigrammes des programmes de calcul A-7

4 - Effets dynamiques A-12

NOTATIONS

$c_{ijk\ell}$ constantes élastiques

e_{ijk} constantes piézoélectriques $\quad i,j,k,\ell = 1,2,3$

ε_{ij} constantes diélectriques

V_o vitesse de l'onde ; la surface active est métallisée

V_s vitesse de l'onde ; le milieu adjacent est le vide

K^2 carré du coefficient de couplage électromécanique

ρ_o masse volumique

$n_2^{(r)}$ coefficient d'atténuation suivant x_2, $r = 1,2,3,4$

$\chi^{(r)}$ coefficient de pénétration pour le mode r

U_k^o composante globale du déplacement suivant la direction x_k

Φ^o composante globale du potentiel

$U_k^{o(r)}$ composante suivant x_k du vecteur propre correspondant au mode r

$\Phi^{o(r)}$ composante partielle du potentiel pour le mode r

$A^{o(r)}$ amplitude du vecteur propre pour le mode r

Φ, θ angles définissant la coupe

Ψ angle définissant la direction de propagation Ox_1

A(M,N) coefficients de la matrice de changement de base. M,N = 1,2,3

(O,X,Y,Z) repère cristallin

(O,x_1,x_2,x_3) repère lié à la plaque

W_{1i} moyenne temporelle du flux d'énergie mécanique suivant la direction x_i

W_{2i} moyenne temporelle du flux d'énergie électrique suivant la direction x_i

W_i moyenne temporelle du flux d'énergie global suivant la direction x_i

Φ' angle du flux d'énergie avec la direction de propagation

D_i^o induction électrique $\quad i = 1,2,3$

P_{ij}^o tenseur de Piola-Kirchoff $\quad i,j = 1,2,3$

$\alpha_X^{(1)}$ coefficient thermique d'ordre 1 du paramètre X

$\alpha_X^{(2)}$ coefficient thermique d'ordre 2 du paramètre X

f fréquence

$\Gamma(r)$ tenseur de Christoffel pour la racine $n_2^{(r)}$

T_2 tenseur de conditions aux limites

S_{ij} $i,j = 1,2$ coefficients de transmission

d largeur d'une dent de peigne pour transducteur

λ longueur d'onde

S stabilité

T_o = 25°C température de référence

T_i température d'inversion

$\mathcal{T}$ température détectée par la sonde

T température de la surface du substrat

Ω pulsation du signal harmonique

$\tilde{V}_s$ valeur expérimentale de la vitesse

$\tilde{\alpha}_f^{(1)}$, $\tilde{\alpha}_f^{(2)}$ valeurs expérimentales des coefficients thermiques de fréquence d'ordre 1 et 2

$\tilde{a}$ effet dynamique mesuré

$\tilde{a}''_o$ effet dynamique expérimental corrigé

$\tilde{\tilde{a}}$ effet dynamique théorique

b''_o, $\alpha_{f\ théo}^{(1)}$, $\alpha_f^{(1)}$ valeur du coefficient thermique d'ordre 1 sur la fréquence

c''_o, $\alpha_{f\ théo}^{(2)}$, $\alpha_f^{(2)}$ valeur du coefficient thermique d'ordre 2 sur la fréquence

T temps de réponse de la sonde à onde de volume

τ temps de réponse de la sonde à onde de surface

τ' coefficient de proportionnalité entre le coefficient dynamique réel et le coefficient thermique d'ordre 1 de la fréquence ; homogène à un temps.

INTRODUCTION

Le présent travail, effectué dans le cadre du Laboratoire de Physique et Métrologie des Oscillateurs de Besançon, porte sur les ondes acoustiques de surface (ondes de Rayleigh) qui se propagent sur des cristaux piézoélectriques.

Les dispositifs réalisés avec de tels substrats sont sensibles de façon sélective à une grandeur physique particulière et ils peuvent être avantageusement utilisés pour réaliser des capteurs. Nous étudions et réalisons un capteur de température à ondes élastiques de surface constitué d'un oscillateur construit à partir d'une ligne à retard (L-O-S) bouclée sur un amplificateur. La grandeur sensible étant la fréquence du dispositif, ces systèmes sont bien adaptés au traitement numérique du signal.

Les caractéristiques d'une ligne à onde de surface dépendent des paramètres physiques tels que la coupe cristalline et la direction de propagation de l'onde. Une première étape consiste à élaborer un programme de calcul numérique pour déterminer les paramètres principaux de l'onde (la vitesse de phase, l'amplitude des déplacements et du potentiel, les coefficients de température, ...) compte tenu de la piézoélectricité. Les résultats théoriques permettent alors de sélectionner les orientations pour lesquelles la fréquence varie linéairement avec la température et avec une grande sensibilité.

Les coefficients de température statiques caractérisent les effets thermiques considérés suivant une succession d'états d'équilibre dont le passage de l'un à l'autre se fait de façon très lente et réversible.

Lorsque les fluctuations de température sont rapides, les déformations correspondantes sont inhomogènes. Elles sont couplées à l'onde haute fréquence par les constantes non linéaires élastiques du cristal. C'est le régime thermique dynamique. L'étude de ce phénomène et la détermination du coefficient de température dynamique sont importants pour une utilisation du capteur comme élément de contrôle d'un processus soumis à des fluctuations thermiques rapides.

Dans une deuxième partie, les résultats expérimentaux sont comparés à ceux obtenus par la théorie pour diverses orientations et divers matériaux piézoélectriques. Des mesures sont réalisées d'abord sur cristal de quartz puis étendues à l'arséniure de gallium et au niobate de lithium. Une coupe linéaire nouvelle de quartz à simple rotation appelée JCL est ainsi mise en évidence.

Nous enregistrons les caractéristiques statiques fréquence-température en faisant varier lentement la température puis nous étudions le régime dynamique en appliquant un chauffage sinusoïdal autour d'une température moyenne.

La ligne à onde de surface introduite dans un boîtier constitue le capteur. La mesure du temps de réponse du dispositif est faite dans diverses conditions et les résultats sont comparés avec ceux d'une sonde à onde de volume du commerce.

Une amélioration des performances peut être obtenue en utilisant un cristal beaucoup plus sensible à la température comme l'arséniure de gallium. Dans tous les cas, la résolution ultime de la mesure de température sera fonction de la stabilité intrinsèque de l'oscillateur à ondes de surface.

Certains résultats importants mis en évidence par une étude complète des substrats piézoélectriques sont reportés dans ce mémoire. Ceux-ci n'ont pas de rapport direct avec l'étude d'un capteur de température mais ils montrent l'étendue des possibilités des modèles théoriques.

A

PARAMETRES DES ONDES ACOUSTIQUES DE SURFACE

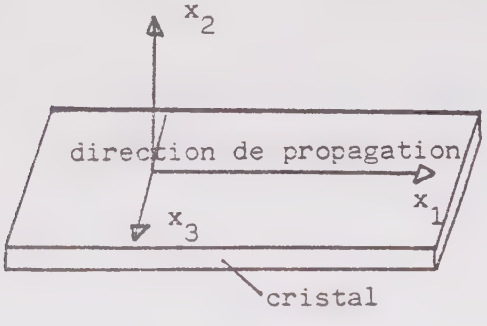
PROPRIETES GENERALES EN REGIME LINEAIRE

I - EQUATIONS D'EQUILIBRE ET D'ETAT DANS L'APPROXIMATION LINEAIRE POUR LES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES

Une onde élastique se propageant à la surface d'un matériau semi-infini satisfait l'équation de propagation dans le milieu et les conditions de continuité sur la surface. Pour un milieu piézoélectrique, la propagation dans le milieu est décrite par deux équations et, à la condition de tension mécanique nulle à la surface libre, s'ajoute la condition de continuité du potentiel électrique et de la composante normale de l'induction sur la surface non chargée.

Il apparaît un paramètre important : le coefficient de couplage qui caractérise l'aptitude du matétiau à transformer un signal électrique en onde élastique de surface à l'aide d'un transducteur constitué de bandes métalliques déposées à la surface.

Les composantes du déplacement de l'onde, la vitesse de l'onde lorsque la surface est libre, la vitesse de l'onde lorsque la surface est métallisée, le coefficient de couplage, l'angle du flux d'énergie avec la direction de propagation de l'onde, le potentiel, sont déterminés en résolvant le système d'équations défini précédemment dans le système de coordonnées suivant :



x_1 est parallèle à la direction de propagation de l'onde, x_2 est perpendiculaire à la surface libre d'équation $x_2 = 0$. Nous cherchons une solution dont le déplacement u_k et le potentiel électrique Φ décroissent exponentiellement dans le coeur du matériau puisque l'onde se propage en surface :

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^o \; e^{-x_2\chi} \; e^{i\omega(t - x_1/V)} \\ \Phi &= \Phi^o \; e^{-x_2\chi} \; e^{i\omega(t - x_1/V)} \end{aligned} \qquad (1)$$

La direction de propagation est contenue dans le plan de la surface libre et est repérée par les cosinus directeurs $n_1 = 1$ $n_3 = 0$ (// à x_3). n_2 est une inconnue à déterminer ; V est la vitesse de l'onde. On pose $\chi = i\omega n_2/V$ avec $\mathrm{Im}(n_2)>0$ puisque la pénétration de l'onde se fait suivant $x_2 < 0$. Notons $c_{ijk\ell}$ les coefficients élastiques, e_{ijk} les coefficients piézoélectriques et ϵ_{ij} les coefficients diélectriques.

I.1 - Equations d'équilibre [2]

Les équations d'équilibre mécaniques et électriques conduisent à un système aux dérivées partielles. Elles résultent de la conservation de la quantité de mouvement et de la loi de Gauss. Ceci s'écrit :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijk\ell} \frac{\partial^2 u_\ell}{\partial x_j \partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k}$$

$$e_{jk\ell} \frac{\partial^2 u_\ell}{\partial x_j \partial x_k} - \epsilon_{jk} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} = 0 \qquad (2)$$

ρ est la masse volumique.

La résolution de ce système d'équations se fait en développant les indices et en introduisant les cosinus directeurs n_k (k = 1,2,3). Les quatre équations obtenues prennent une forme matricielle. Nous noterons Γ la matrice de Christoffel et U le vecteur propre associé $\begin{bmatrix} u_1^o \\ u_2^o \\ u_3^o \\ \Phi^o \end{bmatrix}$, ce qui ramène le système à la relation :

$$\boxed{\Gamma \times U = 0} \qquad (3)$$

La vitesse V est considérée comme un paramètre à déterminer, la condition de compatibilité ($\det(\Gamma) = 0$) (4) de ces quatre équations homogènes est une équation à coefficients réels de degré 8 en n_2 dont seules les 4 racines à partie imaginaire positive sont acceptables. Pour chacune de ces valeurs $n_2^{(r)}$

$r = 1,2,3,4$ le système fournit les vecteurs propres suivant le mode r de composantes $u_i^{o(r)}$, $\Phi^{o(r)}$. La solution générale est une combinaison linéaire de ces quatre ondes élémentaires se propageant à la même vitesse V :

$$\boxed{\begin{aligned} u_i &= \left(\sum_{r=1}^{4} A^{o(r)}\, u_i^{o(r)}\, e^{-\chi^{(r)} x_2} \right) e^{i\omega(t - x_1/V)} \\ \Phi &= \left(\sum_{r=1}^{4} A^{o(r)}\, \Phi^{o(r)}\, e^{-\chi^{(r)} x_2} \right) e^{i\omega(t - x_1/V)} \end{aligned} \qquad i = 1,2,3} \tag{5}$$

où $\chi^{(r)} = \dfrac{i\,\omega\, n_2^{(r)}}{V}$, $A^{o(r)}$ est l'amplitude des différents modes.

La vitesse V et les coefficients $A^{o(r)}$ sont déterminés par les conditions aux limites mécaniques et électriques sur la surface libre $x_2 = 0$.

I.2 - Conditions aux limites

I.2.a) Condition aux limites mécanique

La tension mécanique sur la surface libre du cristal est nulle :

$$c_{i2k\ell} \frac{\partial u_k}{\partial x_\ell} + e_{ki2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} = 0 \qquad \begin{matrix} i = 1,2,3 \\ x_2 = 0 \end{matrix} \tag{6}$$

Soit $T_{2i}^{(r)} = c_{i2k\ell}\, u_k^{o(r)}\, n_\ell^{(r)} + e_{ki2}\, \Phi^{o(r)}\, n_k^{(r)}$

la condition s'écrit :

$$\sum_{r=1}^{4} A^{o(r)}\, T_{2i}^{(r)} = 0 \tag{7}$$

I.2.b) Condition aux limites électrique

Le potentiel Φ est continu ainsi que la composante normale de l'induction :

Soit $D_2^{(r)} = \frac{i\omega}{V} [\varepsilon_{2\ell}\ \Phi^{o(r)}\ n_\ell^{(r)} - e_{2k\ell}\ u_k^{o(r)}\ n_\ell^{(r)}]$

$$\Phi(0) = \sum_{r=1}^{4} A^{o(r)}\ \Phi^{o(r)}\ e^{i\omega(t - x_1/V)}$$

la condition s'écrit :

$$\sum_{r=1}^{4} A^{o(r)}\ (\Phi^{o(r)} - [i\ V^2/\omega] Z_s\ D_2^{(r)}) = 0 \qquad (8)$$

où Z_s est l'impédance de surface.

Les deux types de conditions aux limites conduisent à un autre système linéaire homogène qui s'écrit :

$$\boxed{T_2 \times A = 0} \qquad (9)$$

en notant A le vecteur des amplitudes $\begin{bmatrix} A^{o(1)} \\ A^{o(2)} \\ A^{o(3)} \\ A^{o(4)} \end{bmatrix}$. La condition de compatibilité s'exprime par :

$$\boxed{\det (T_2) = 0}$$

I.3 - Vitesse de propagation de l'onde à la surface du substrat, coefficient de couplage

Si la surface est recouverte d'un film métallique mince porté au potentiel zéro, $Z_s = 0$. La vitesse solution de $\det(T_2) = 0$ est alors notée V_o.

Si le milieu adjacent est le vide $Z_s = i/\varepsilon_o V$ (ε_o est la permittivité du vide) et la vitesse est notée V_s. On définit alors le coefficient de couplage K par :

$$\boxed{K^2 = 2\ \left(\frac{V_s - V_o}{V_o}\right)} \qquad (10)$$

En résumé, si la vitesse V est connue, la compatibilité des équations de propagation ($\det(\Gamma) = 0$) donne quatre facteurs de décroissance $n_2^{(r)}$ à partie imaginaire positive, appelés aussi coefficients d'atténuation. Il suffit de remplacer $n_2^{(r)}$ par sa valeur dans le premier système d'équations $\Gamma x U = 0$ pour avoir accès aux quatre vecteurs propres suivant les quatre modes de composantes $U_i^{o(r)}$, $\Phi^{o(r)}$ $i = 1,2,3$. Celles-ci sont connues à un facteur multiplicatif près puisqu'un système homogène de quatre équations à quatre inconnues à déterminant nul admet trois solutions indépendantes au plus. Les amplitudes $A^{o(r)}$ s'obtiennent par les équations de conditions aux limites $T_2 \times A = 0$ définies également à un facteur de proportionnalité près. Dans T_2 interviennent les valeurs de V, $U_i^{o(r)}$, $n_2^{(r)}$. Il suffit de remplacer ces grandeurs dans le système (5) pour obtenir le potentiel et les composantes du déplacement global de l'onde.

En réalité, il faut résoudre simultanément les deux systèmes $\Gamma \times U = 0$; $T_2 \times A = 0$ et la résolution n'est possible analytiquement que dans des cas particuliers. Généralement il faut avoir recours à une méthode numérique programmée sur un ordinateur. Jusqu'à présent, au laboratoire, l'influence de la piézoélectricité n'avait été traitée qu'à partir du cas élastique par la méthode des "constantes durcies" [3]. Nous traitons actuellement ce cas de façon complète.

Le fait d'ajouter la piézoélectricité au cas élastique simple revient à résoudre une équation de degré 8 au lieu de degré 6 et quatre solutions $n_2^{(r)}$ ($r = 1,2,3,4$) sont retenues pour le coefficient d'atténuation au lieu de trois. Lorsque la piézoélectricité est faible (comme dans le quartz), il est naturel de considérer ses effets comme une perturbation de l'état élastique et nous retrouvons trois racines voisines de celles du cas non piézoélectrique et une quatrième solution imaginaire pure. Dans le cas contraire, les conditions aux limites sont plus difficiles à satisfaire. Il s'ajoute des conditions électriques qui s'expriment différemment que la surface active du substrat soit libre ou bien métallisée. La vitesse de propagation de l'onde et le coefficient de couplage électromécanique en dépendent directement

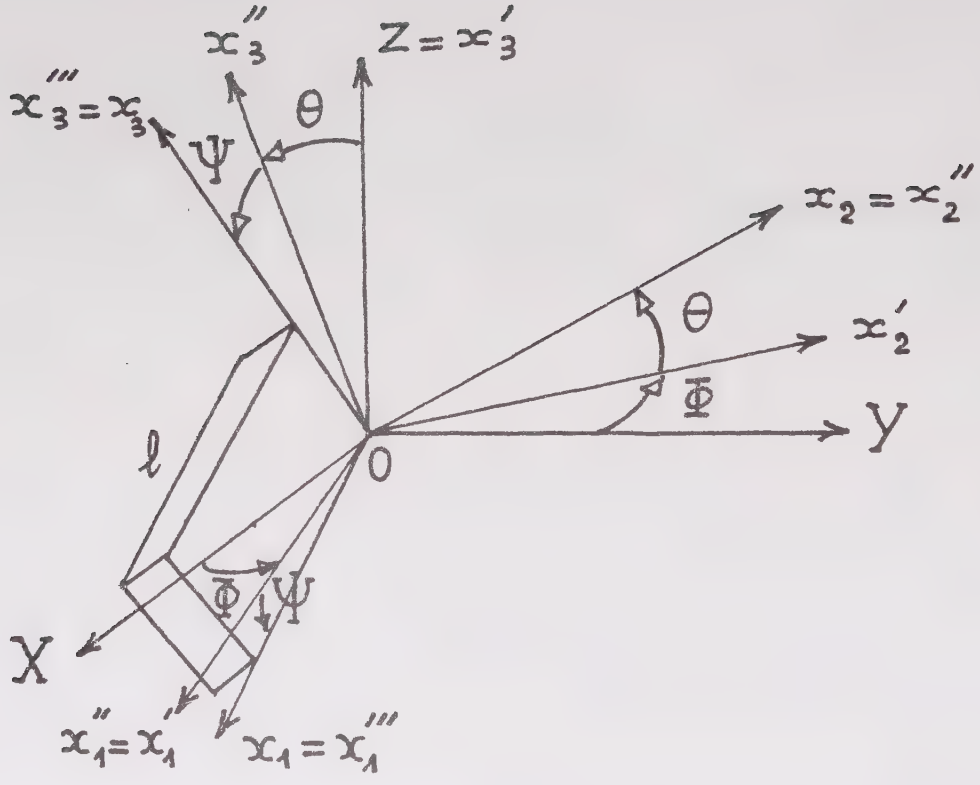

x_3''
$Z = x_3'$
$x_3''' = x_3$
θ
ψ
$x_2 = x_2''$
θ
x_2'
Φ
y
ℓ
0
Φ
ψ
X
$x_1'' = x_1'$
$x_1 = x_1'''$

Fig. 1.4

I.4 - Paramètres angulaires du substrat

Les constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques, ainsi que leurs coefficients de température sont connus pour un repère rapporté aux axes cristallins (O,X,Y,Z). Il convient de faire trois rotations successives (Φ,Θ,Ψ) (fig. I-4) pour se ramener dans le repère défini par le plan de la coupe du cristal (Φ,Θ) et la direction de propagation (Ψ) de l'onde sur ce plan (O,x_1,x_2,x_3). On définit les nouvelles valeurs des constantes à partir des éléments de la matrice de rotation.

II - AMPLITUDES DES DEPLACEMENTS ET DU POTENTIEL ; CAS DEGENERES

II.1 - Amplitudes des déplacements et du potentiel

Les expressions générales du potentiel et des déplacements suivant les trois directions x_k s'expriment en fonction des vecteurs propres et de leurs amplitudes pour les quatre modes $U_k^{o(r)}$, $A^{o(r)}$, $\Phi^{o(r)}$ (r = 1,2,3,4). Les conditions de compatibilité des systèmes d'équations d'équilibre et de conditions aux limites $\det(\Gamma) = 0$ et $\det(T_2) = 0$ impliquent que certaines composantes sont choisies arbitrairement. Pour le mode r notons $U_{H(r)}^{o(r)}$ (H(r)=1,2,3 ; r=1,2,3,4) la composante arbitraire. Nous introduisons les nouveaux coefficients $Q_m^{(r)}$ définis ainsi :

$$Q_m^{(r)} = \frac{U_m^{o(r)}}{U_{H(r)}^{o(r)}} \qquad m = 1,2,3$$

$$Q_4^{(r)} = \frac{\Phi^{o(r)}}{U_{H(r)}^{o(r)}} \qquad (11)$$

Nous notons que $U_{H(r)}^{o(r)}$ peut être choisie comme inconnue arbitraire pour la racine $n_2^{(r)}$ et $U_{H(s)}^{o(s)}$ avec $H(s) \neq H(r)$ pour la racine $n_2^{(s)}$.

Pour les équations de conditions aux limites, nous posons de même $U_{H(e)}^{o(e)} \times A^{o(e)}$ comme inconnue arbitraire et :

$$P^{(r)} = \frac{U_{H(r)}^{o(r)} \times A^{o(r)}}{U_{H(e)}^{o(e)} \times A^{o(e)}} \qquad (12)$$

La résolution numérique par ordinateur donne accès à $Q_m^{(r)}$, $P^{(r)}$ ce qui revient à connaître $U_m^{o(r)}$, $\Phi^{o(r)}$, $A^{o(r)}$ en choisissant les inconnues arbitraires égales à 1. L'expression globale des déplacements et du potentiel est la suivante :

$$U_i = U_{H(e)}^{o(e)} A^{o(e)} \left[\sum_{r=1}^{4} Q_i^{(r)} P^{(r)} e^{-\chi(r) x_2} e^{i\omega(t - x_1/V)} \right]$$

$$\Phi = U_{H(e)}^{o(e)} A^{o(e)} \left[\sum_{r=1}^{4} Q_4^{(r)} P^{(r)} e^{-\chi(r) x_2} e^{i\omega(t - x_1/V)} \right] \qquad (13)$$

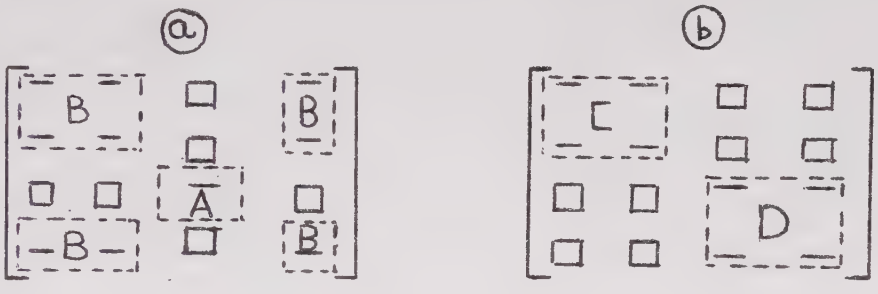
$$H(e),\ i = 1,2,3 \qquad\qquad e,r = 1,2,3,4$$

II.2 - Cas dégénérés

Les cas "dégénérés" font l'objet d'une étude particulière, mais ils sont inclus dans la méthode de résolution numérique générale exposée ultérieurement. Le programme utilisé jusqu'à présent au laboratoire ne permettait pas de les traiter.

Compte tenu de la géométrie des cristaux, des coupes et des directions de propagation choisies, il existe des cas conduisant à des matrices de Christoffel et de condition aux limites particulières, comportant notamment un certain nombre de coefficients nuls. Ainsi les amplitudes U_i° et Φ° ont des modes partiels nuls.

Les matrices de propagation $\Gamma(r)$ suivantes correspondent à des cas rencontrés effectivement :

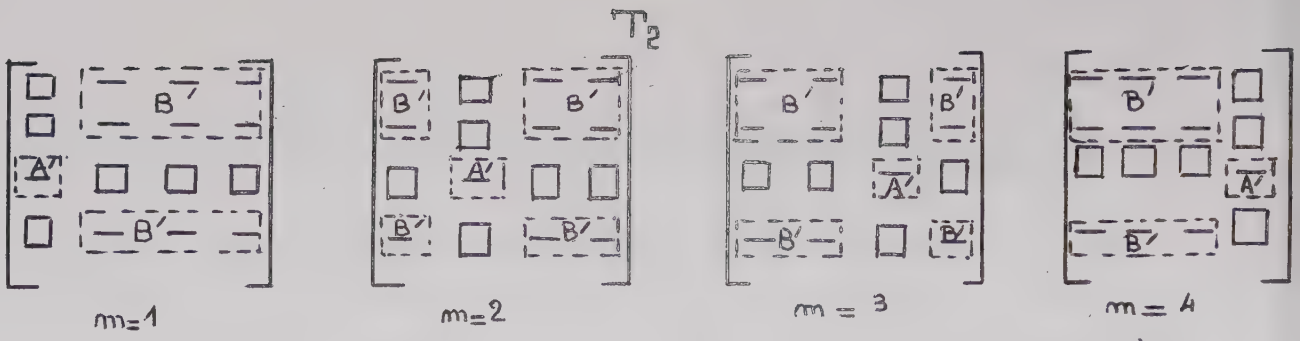


II.2.a) Dégénérescence de type (a)

Toute configuration conduisant à des constantes exprimées dans le repère $(Ox_1x_2x_3)$ (dépendant des 3 angles Φ, Θ, Ψ et des constantes du repère OXYZ) qui vérifient les conditions suivantes donne une matrice de type (a) :

$$\begin{aligned} C_{ijk3} &= 0 \\ e_{ij3} &= 0 \end{aligned} \qquad i,j,k = 1,2 \qquad (14)$$

Il est intéressant de connaître l'allure de la matrice exprimant les conditions aux limites T_2. Ainsi en remplaçant les constantes élastiques et piézoélectriques ainsi que les composantes des vecteurs propres suivant les différents modes dans l'expression analytique des termes de T_2, un certain nombre de zéros apparaissent. Ainsi les quatre cas ci-dessous correspondent à ce type de dégénérescence. Nous notons m le rang de la racine $n_2^{(m)}$ qui annule det(A) (Det $\Gamma(r)$ = Det (B) x Det (A) = 0), les trois autres valeurs intéressantes ($n_2(r)$, $r \neq m$) annulent Det(B).



Ainsi si une vitesse permet l'annulation du déterminant de A' les déplacements et le potentiel, s'écrivent :

$$\begin{aligned} U_i &= 0 \\ U_3 &= (A^{o(m)}\, U_3^{o(m)}\, e^{-\chi(m)\, x_2})\, e^{i\omega(t - x_1/V)} \\ \Phi &= 0 \\ i &= 1,2 \qquad m = 1,2,3,4 \end{aligned} \tag{15}$$

S'il existe une vitesse qui annule le déterminant de B', les valeurs propres sont données par :

$$\begin{aligned} U_i &= \Big(\sum_{\substack{r=1 \\ r\neq m}}^{4} A^{o(r)}\, U_i^{o(r)}\, e^{-\chi(r)x_2}\Big)\, e^{i\omega(t - x_1/V)} \\ U_3 &= 0 \\ \Phi &= \Big(\sum_{\substack{r=1 \\ r\neq m}}^{4} A^{o(r)}\, \Phi^{o(r)}\, e^{-\chi(r)x_2}\Big)\, e^{i\omega(t - x_1/V)} \\ i &= 1,2 \qquad r,m = 1,2,3,4 \end{aligned} \tag{16}$$

II.2.b) Dégénérescence de type(b)

Ce cas est satisfait si les constantes élastiques et piézoélectriques exprimées dans le repère $(Ox_1x_2x_3)$ vérifient les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} c_{ijk3} &= 0 \\ e_{ijk} &= 0 \qquad i,j,k = 1,2 \end{aligned} \tag{17}$$

La condition de compatibilité $\det(\Gamma(r)=0$ conduit à quatre solutions $n_2^{(r)}$ intéressantes dont deux ($n_2^{(a)}$, $n_2^{(b)}$) annulent le déterminant de C et deux ($n_2^{(c)}$, $n_2^{(d)}$) annulent le déterminant de D. Il y a ainsi quatre cas possibles de matrices exprimant les conditions aux limites

	T_2
$\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\1\\4\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\2\\4\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\1\\3\\4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A' & \square \\ \square & B' \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\4\\1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}4\\3\\2\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\4\\2\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}4\\3\\1\\2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \square & A' \\ B' & \square \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\3\\2\\4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\1\\2\\4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\3\\4\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\1\\4\\2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A' & A' \\ B' & B' \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\2\\3\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\4\\3\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}4\\2\\1\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\4\\1\\3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A' & A' \\ B' & B' \end{bmatrix}$

Lorsqu'il existe une vitesse qui annule le déterminant de A', les composantes des vecteurs propres s'écrivent :

$$U_i = \sum_{r=a,b} \left[A^{o(r)} \; U_i^{o(r)} \; e^{-\chi(r) x_2} \right) e^{i\omega(t - x_1/V)} \;]$$

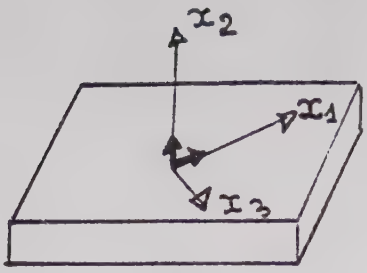
$$U_3 = 0$$

$$\Phi = 0$$

$$i = 1,2 \qquad r,a,b, = 1,2,3,4 \qquad (18)$$

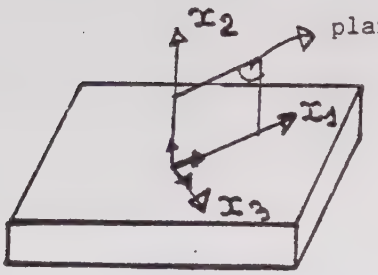
Onde de Rayleigh simple

Fig. 2.1



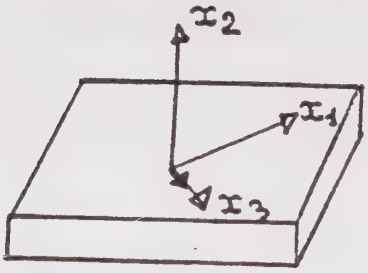
piézo.	non piézo.
U_1 U_2 0 Φ	U_1 U_2 0 0

Onde de Rayleigh complexe



piézo.	non piézo.
U_1 U_2 U_3 Φ	U_1 U_2 U_3 0

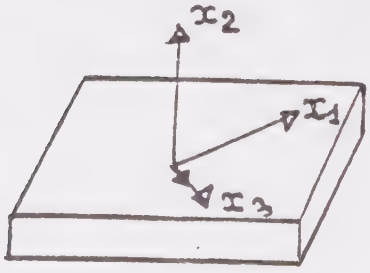
Onde transversale horizontale



	non piézo.
	0 0 U_3 0

Onde de Bleustein Gulyaev

Cette onde n'existe que pour les matériaux fortement piézoélectriques et elle est couplée à une onde de Rayleigh simple.



piézo.	
0 0 U_3 Φ	

Dans le cas où il existe une vitesse qui annule le déterminant de B' elles sont égales à :

$$
\begin{aligned}
&U_i = 0 \\
&U_3 = \sum_{r=c,d} A^{o(r)}\, U_3^{o(r)}\, e^{-\chi(r)x_2})\, e^{i\omega(t - x_1/V)} \\
&\Phi = \Big(\sum_{r=c,d} A^{o(r)}\, \Phi^{(r)}\, e^{-\chi(r)x_2}\Big)\, e^{i\omega(t - x_1/V)} \\
&i = 1,2 \qquad r,c,d = 1,2,3,4
\end{aligned}
\tag{19}
$$

II.2.c) Application aux ondes de Rayleigh se propageant sur des cristaux de quartz et d'arséniure de gallium

Les différents cas envisagés ne correspondent pas tous aux ondes de Rayleigh qui se propagent sur des matériaux piézoélectriques ou non ; elles présentent généralement trois composantes dont l'une est perpendiculaire à la direction de propagation dans le plan sagittal (défini par la direction de propagation et la normale à la surface du substrat), la seconde est colinéaire à la direction de propagation et la dernière perpendiculaire à la direction de propagation se déplace parallèlement à la surface du cristal. Il y a atténuation rapide de l'onde en profondeur de sorte que le déplacement est nul à une profondeur égale à deux fois la longueur d'onde.

L'onde serait de volume s'il n'y avait plus d'atténuation donc si $Im(n_2^{(r)})=0$. Nous verrons que certaines configurations sont à la limite de ces deux cas.

Dans les cas particuliers précédents se forment les ondes suivantes (fig. 2.1) :

	cas a		cas b	
U_1	0	-	-	0
U_2	0	-	-	0
U_3	-	0	0	-
Φ	0	-	0	-
	onde transversale horizontale	onde de Rayleigh simple piézoélectrique	onde de Rayleigh simple non piézo.	onde de Bleustein Gulyaev

Nous limitons notre étude aux ondes de Rayleigh.

Il est alors très important de remarquer que dans le cas (a) une des quatre valeurs $n_2^{(r)}$ n'apparaît pas ($n_2^{(m)}$) et dans le cas (b) deux n'interviennent pas ($n_2^{(c)}$, $n_2^{(d)}$). Pour que la résolution numérique modélise des ondes de surface il faut supposer que les parties imaginaires des $n_2^{(r)}$ figurant dans les amplitudes soient positives, aucune condition n'est par conséquent imposée pour les autres. En particulier $Im(n_2^{(r)})$ peut être nulle sans passer pour autant en onde de volume. Ces cas sont rencontrés en pratique et par conséquent ils font l'objet d'un traitement particulier par ordinateur, ce sont les cas dégénérés. Ces ondes sont évanescentes puisqu'une variation inférieure à 1° sur les angles Φ, Θ, Ψ suffit à les faire disparaître et leur vitesse est nettement plus importante que celle des ondes de volume [5].

Les considérations précédentes permettent de prévoir pour les cristaux les plus utilisés les angles de coupe et de propagation susceptibles de conduire à des cas dégénérés, en considérant directement les propriétés de symétrie des tenseurs élastiques et piézoélectriques. Les conditions sur e_{ijk} sont plus faciles à transcrire que sur $c_{ijk\ell}$. Aussi nous nous limitons à citer les coupes satisfaisant cette condition uniquement. Nous pouvons alors dire que les cas dégénérés appartiennent à ces groupes mais qu'il existe encore parmi cette famille des cas normaux.

Les tableaux suivants donnent les valeurs pour les cristaux de quartz et d'arséniure de gallium.

Quartz

Φ (°)	Θ (°)	Ψ (°)
0 ± k180	Θ	Ψ
± k180	Θ	90 ± k180
Φ	$\pi/2$ ± k180	Ψ

AsGa

Φ (°)	Θ (°)	Ψ (°)
45 ± k180	Θ	90 ± k180
45 ± k180	90 ± k180	± k180
45 ± k180	35,26±k180	± k180
90 ± k180	45 ± k180	± k180
90 ± k180	± k180	45 ± k180
± k180	45 ± k180	± k180
± k180	± k180	45 ± k180

Nous remarquons que plus la configuration cristalline est simple (au sens des symétries), plus il existe des cas de dégénérescence. Une des originalités du programme est la détermination des paramètres des ondes de Rayleigh y compris dans les cas dégénérés cités ici.

III - FLUX D'ENERGIE

Les transducteurs permettent la transformation de l'énergie électrique. La direction du flux d'énergie de l'onde n'est généralement pas confondue avec celle de propagation (Fig. 3.1). Plus l'angle Φ' les séparant est faible, meilleure est la réception du signal. Si cet angle est nul, la direction de propagation correspond à un mode pur de propagation. La moyenne temporelle du flux de puissance de l'onde élastique est donnée par le vecteur de composante W_i

$$W_i = W_{1i} + W_{2i}$$

$$\boxed{W_i = -\tfrac{1}{2} \int_{-\infty}^{o} \mathrm{Re}\,(T_{ij}\, \dot{U}_j^{o*})\, dx_2 + \tfrac{1}{2} \int_{-\infty}^{o} \mathrm{Re}\,(\Phi^o\, \dot{D}_i^{o*})\, dx_2 \qquad x_2 < 0} \tag{20}$$

T_{ij} désigne la composante suivant x_j de la contrainte s'exerçant sur un élément de surface normal à x_i

Φ^o est le potentiel

D_i^o est l'induction électrique

$\dot{U}_i^{o*}$ est le conjugué de la dérivée par rapport au temps de U_i^o

W_{1i} désigne le flux d'énergie mécanique

W_{2i} désigne le flux d'énergie électrique

Comme les flux décroissent exponentiellement dans la direction x_2, on ne tient compte que de W_1 et W_3. Pratiquement $W_{1i} >> W_{2i}$ et $\mathrm{tg}\,\Phi' = W_3/W_1$

$$\boxed{W_{1i} = -\tfrac{1}{2} \int_{-\infty}^{o} \mathrm{Re}\,(T_{ij}\, \dot{U}_j^{o*})}$$

$$\boxed{W_{1i} = \mathrm{Re}\left[\omega \sum_n \sum_m \frac{A^{o(n)*} U_j^{o(n)*} (A^{o(m)} U_k^{o(m)} c_{ijk\ell} n_\ell^{(m)} + e_{kij} A^{o(m)} \Phi^{o(m)} n_k^{(m)})}{2i\,(n_2^{(n)*} - n_2^{(m)})}\right]}$$

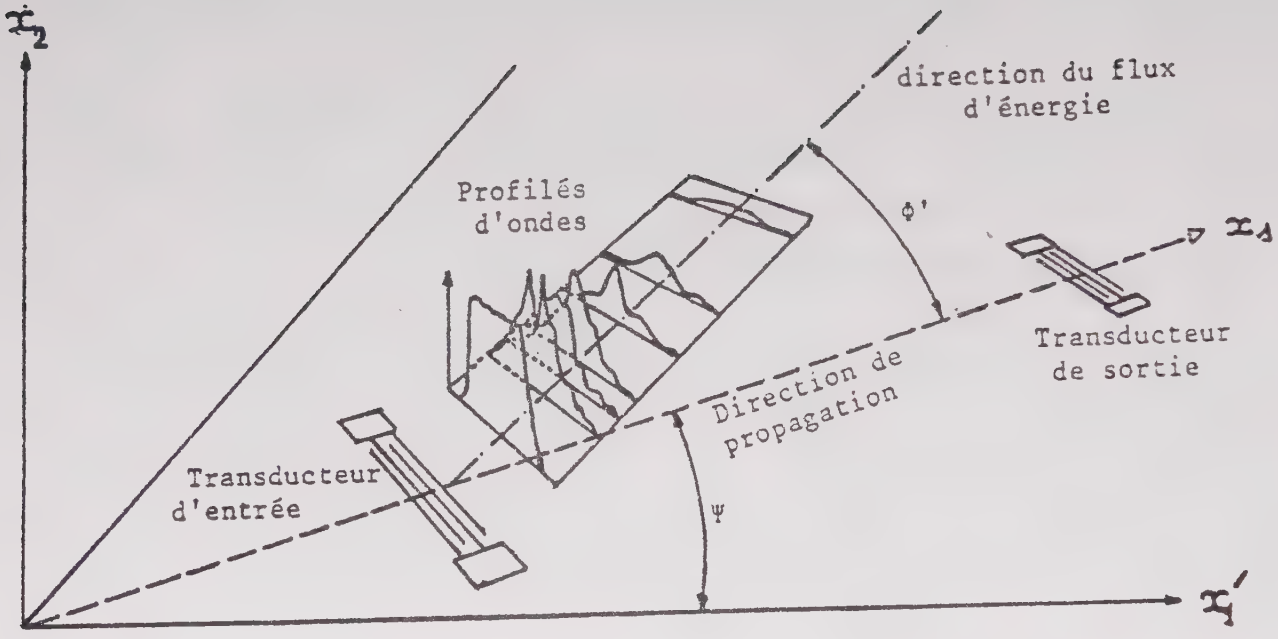
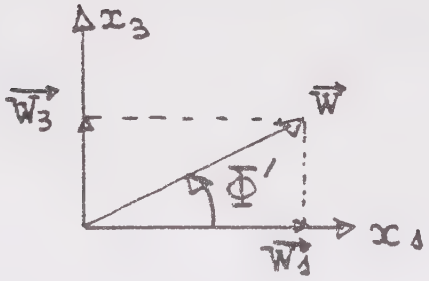

direction du flux
d'énergie
Profilés
d'ondes
Transducteur
de sortie
Direction de
propagation
Transducteur
d'entrée

Fig. 3.1



$$W_{2i} = \tfrac{1}{2} \int_{-\infty}^{o} \mathrm{Re}\,(\Phi^{o}\, \dot{D}_i^{o*})\, dx_2 \qquad (21)$$

$$W_{2i} = \mathrm{Re}\left[\omega \sum_n \sum_m \frac{A^{o(m)}{}_{\Phi}{}^{o(m)} \left(e_{ik\ell} A^{o(n)*} U_k^{o(n)*} n_\ell^{(n)*} - \varepsilon_{ik} A^{o(n)*} \Phi^{o(n)*} n_k^{(n)*}\right)}{2i\,(n_2^{(n)*} - n_2^{(m)})}\right]$$

$$i,j,k,\ell = 1,2,3$$

$$n,m = 1,2,3,4$$

$$\mathrm{tg}\,\Phi' = \frac{W_{13} + W_{23}}{W_{11} + W_{21}} \qquad (22)$$

Le cas non piézoélectrique s'obtient par :

$$\mathrm{tg}\,\Phi' = \frac{W_{13}}{W_{11}} \quad \text{où} \quad e_{kij} = 0 \quad (k,i,j = 1,2,3)$$

Le terme W_{2i} est faible devant W_{1i} et peut en première approximation être négligé ; par contre, la piézoélectricité s'exprime par le terme complémentaire sur W_{1i} :

$$\mathrm{Re}\left[\omega \sum_n \sum_m \frac{e_{kij}\, A^{o(m)}\, \Phi^{o(n)}\, n_k^{(m)}}{2i\,(n_2^{(n)*} - n_2^{(m)})}\right]$$

B

EFFETS THERMIQUES

Chaque fois qu'un cristal de température initiale T_o est soumis à une variation de température, il se produit un déséquilibre entraînant un phénomène de diffusion et l'apparition de gradients de température. Cette perturbation est suivie d'un nouvel état d'équilibre et le milieu présente après un certain temps une nouvelle température d'équilibre T. Les caractéristiques de l'onde sont donc modifiées.

Ceci constitue un phénomène indésirable dans le cas d'oscillateurs utilisant des résonateurs ou des lignes à retard à substrats cristallins puisque la fréquence d'oscillation est alors modifiée. L'amélioration du dispositif passe donc par l'utilisation d'une enceinte contrôlée en température ou par un système de compensation.

Inversement, un dispositif du même type peut être utilisé en capteur de température, les variations de température étant mesurées par l'intermédiaire de la fréquence. La résolution dépend de la sensibilité de la coupe utilisée. La détermination de coupes particulièrement sensibles fait l'objet d'une partie de ce travail.

Une variation de température entraîne une modification des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques ainsi que des dimensions et de la masse spécifique du cristal. Une première phase correspond au régime thermique dynamique, dit transitoire, qui disparaît après un certain temps. La seconde est appelée régime thermique statique lorsque l'état d'équilibre final est atteint.

I - COEFFICIENTS DE TEMPERATURE STATIQUES [16]

I.1 - Présentation de la méthode des dérivations et de la méthode de régression polynômiale

Une méthode de dérivation et une méthode de régression polynômiale sont utilisées pour déterminer les effets de l'environnement du milieu cristallin dans le cas où la précontrainte thermique conduit à un couplage homogène dans tout le cristal même si la perturbation est importante. Le comportement statique du substrat est décrit par un développement limité au 2e degré, de la forme :

$$X(t) = X_o \left(1 + \sum_n \alpha_X^{(n)} \Delta T^n\right) \qquad n = 2 \tag{23}$$

où

$$\alpha_X^{(n)} = \frac{1}{n!\, X(T_o)} \frac{\partial^n X}{\partial T^n} \tag{24}$$

désigne le coefficient de température d'ordre n du paramètre X. Tous les paramètres de l'onde suivent cette loi (coefficients élastiques, piézoélectriques, diélectriques, longueur d'un élément ℓ, masse volumique ρ, vitesse V et fréquence f).

Nous nous limitons à n = 2 puisque pour les ordres supérieurs les constantes sont mal connues surtout pour les matériaux autres que le quartz. Il faut noter que les paramètres $\alpha_X^{(n)}$ sont connus pour un repère OXYZ cristallin. Il convient de se ramener au repère $Ox_1x_2x_3$ défini au chapitre A.I.4. Les coefficients de température de la vitesse et de la fréquence sont inconnus. $\alpha_f^{(n)}$ est soit mesuré à partir des courbes fréquence-température enregistrées expérimentalement soit calculé par les méthodes suivantes.

I.1.a) Méthode de dérivation

Dans la méthode de dérivation, nous calculons les coefficients de température de tous les paramètres entrant dans la résolution des équations de propagation et de conditions aux limites par dérivations successives des systèmes d'équations correspondantes exprimées au voisinage de la température de référence T_o. Cette méthode analytique est limitée par la précision avec laquelle sont donnés les coefficients de température du matériau. Elle ne dépend pas de l'ordre considéré. Elle est utilisée au premier ordre uniquement. En effet pour n > 1, l'expression analytique des dérivées devient trop compliquée.

I.1.b) Méthode de régression polynômiale

En utilisant le développement limité à l'ordre deux, nous calculons les valeurs des coefficients $c_{ijk\ell}(T)$, $e_{ijk}(T)$, $\varepsilon_{ij}(T)$, $\rho(T)$ à différentes températures T. Ceci permet de connaître les caractéristiques vitesse-température et fréquence-température pour en déduire les coefficients $\alpha_V^{(n)}$ et $\alpha_f^{(n)}$. Cette méthode dépend de l'ordre, aussi nous utilisons les résultats de la méthode de dérivation pour fixer $\alpha_V^{(1)}$ et $\alpha_f^{(1)}$; des expressions de V(T) et f(T) nous calculons $\alpha_V^{(2)}$ et $\alpha_f^{(2)}$.

Nous présentons les calculs intermédiaires permettant d'accéder aux coefficients de température de la fréquence.

I.2 - Les coefficients thermiques d'ordre un des différents paramètres de l'onde en fonction des angles (Φ, θ, Ψ)

I.2.a) Coefficient de température de la longueur

Jusqu'à présent, cette expression avait été établie dans des cas particuliers notamment pour le quartz où le coefficient de dilatation linéaire suivant X est le même que suivant Y et pour l'arséniure de gallium qui a même coefficient suivant les trois directions.

Dans le cas général, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\alpha^{(1)}_{\substack{\ell \\ x_1x_2x_3}} &= \alpha^{(1)}_X \left[\cos^2\Psi \cos^2\Phi + \sin^2\theta \sin^2\Phi \sin^2\Psi\right] \\ &+ \alpha^{(1)}_Y \left[\cos^2\Psi \sin^2\Phi + \sin^2\theta \cos^2\Phi \sin^2\Psi\right] \\ &+ \alpha^{(1)}_Z \left[\sin^2\Psi \cos^2\theta\right]\end{aligned} \qquad (25)$$

Φ,θ définissent la coupe, Ψ la direction de propagation, $\alpha^{(1)}_X$, $\alpha^{(1)}_Y$, $\alpha^{(1)}_Z$ sont respectivement les coefficients de température d'ordre 1 suivant les trois dimensions X, Y, Z, ℓ est un élément de longueur parallèle à la direction de propagation de l'onde Ox_1.

I.2.b) Coefficient de température de la masse volumique

$$\alpha^{(1)}_\rho = -\alpha^{(1)}_X - \alpha^{(1)}_Y - \alpha^{(1)}_Z \qquad (26)$$

I.2.c) Coefficients de température des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques

$$\alpha^{(1)}_{\substack{c_{ijk\ell} \\ x_1x_2x_3}} = \frac{1}{c_{\substack{ijk\ell \\ x_1x_2x_3}}} \sum_{p,q,r,s} A(i,p)\, A(j,q)\, A(k,r)\, A(\ell,s)\, C_{\substack{pqrs \\ XYZ}}\, \alpha^{(1)}_{\substack{c_{pqrs} \\ XYZ}} \qquad (27)$$

où A(i,p) sont les coefficients de la matrice de changement de base.
Des relations analogues sont établies pour les constantes piézoélectriques et diélectriques.

I.2.d) Coefficient de température de la vitesse et de la fréquence

Lorsque la ligne à onde de surface est bouclée sur un amplificateur pour former un oscillateur, la fréquence est directement liée à la vitesse de l'onde par la condition de phase

$$2 \pi f \times \frac{\ell}{V} = \text{cste}$$

ℓ est la longueur de parcours de l'onde dirigée suivant x_1.

Ainsi :

$$\alpha_{f\ x_1x_2x_3}^{(1)} = \alpha_{V\ x_1x_2x_3}^{(1)} - \alpha_{\ell\ x_1x_2x_3}^{(1)} \qquad (28)$$

Dans le système d'équations de propagation, nous posons $\lambda = \rho \times V^2$. D'où :

$$\alpha_{V\ x_1x_2x_3}^{(1)} = \frac{\alpha_{\lambda\ x_1x_2x_3}^{(1)} - \alpha_{\rho\ x_1x_2x_3}^{(1)}}{2} \qquad (29)$$

Les expressions littérales de $\alpha_{\rho}^{(1)}$, $\alpha_{\ell}^{(1)}$ sont connues en fonction de $\alpha_X^{(1)}$, $\alpha_Y^{(1)}$, $\alpha_Z^{(1)}$, Φ, Θ, Ψ.

$\alpha_{\lambda}^{(1)}$ s'obtient de façon analytique en dérivant par rapport à T les deux systèmes d'équations de propagation et de conditions aux limites puis en résolvant. Les inconnues étant $\alpha_{\lambda}^{(1)}$ et les coefficients en température de $n_2^{(r)}$. En décomposant parties réelle et imaginaire, ceci représente 9 inconnues $\alpha_{\lambda}^{(1)}$, $\alpha_{Ren_2}^{(1)}(r)$, $\alpha_{Imn_2}^{(1)}(r)$ (r = 1,2,3,4). Le système comporte 10 équations. Le but de la méthode de dérivation est de déterminer ces 9 inconnues pour accéder à $\alpha_f^{(1)}$ par :

$$\alpha_{f\ x_1x_2x_3}^{(1)} = \frac{\alpha_{\lambda\ x_1x_2x_3}^{(1)} - \alpha_{\rho\ x_1x_2x_3}^{(1)}}{2} - \alpha_{\ell\ x_1x_2x_3}^{(1)} \qquad (30)$$

I.3 - Les coefficients thermiques d'ordre deux

I.3.a) Coefficient de température sur la longueur dirigée suivant x_1

$$\alpha_{\ell x_1}^{(2)} = \tfrac{1}{2} \left[(\alpha_X^{(1)})^2 A + (\alpha_Y^{(1)})^2 B + (\alpha_Z^{(1)})^2 C + 2\alpha_X^{(2)} D + 2\alpha_Y^{(2)} E + 2\alpha_Z^{(2)} F \right.$$
$$\left. - 2\, \alpha_X^{(1)}\, \alpha_Y^{(1)}\, G - 2\, \alpha_Z^{(1)}\, \alpha_X^{(1)}\, H - 2\, \alpha_Z^{(1)}\, \alpha_Y^{(1)}\, I \right] \qquad (31)$$

L'élément de longueur est dirigé suivant x_1. A, B, C, E, E, F, G, H, I sont exprimés en fonction de Φ, θ, Ψ (cf Annexe J-2).

I.3.b) Coefficients de température des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques

Les relations sont les mêmes que celles établies au paragraphe I.2.c en changeant l'ordre un en ordre deux.

I.3.c) Coefficient de température de la masse volumique

Celui-ci est directement lié aux coefficients de température d'ordre un et deux du volume par :

$$\alpha_\rho^{(2)} = (\alpha_V^{(1)})^2 - [\alpha_V^{(2)}]^2 \qquad (32)$$

Ce qui s'écrit en fonction des coefficients de dilatation de la longueur suivant les trois directions X, Y, Z :

$$\alpha_\rho^{(2)} = [\alpha_X^{(1)}]^2 + [\alpha_Y^{(1)}]^2 + [\alpha_Z^{(1)}]^2 + \alpha_X^{(1)}\,\alpha_Y^{(1)} + \alpha_X^{(1)}\,\alpha_Z^{(1)} + \alpha_Y^{(1)}\,\alpha_Z^{(1)} - \alpha_X^{(2)} - \alpha_Y^{(2)} - \alpha_Z^{(2)} \qquad (33)$$

I.3.d) Coefficients de température de la vitesse et de la fréquence

Dans la présente étude nous tenons compte du phénomène piézoélectrique, aussi il s'avère trop compliqué d'accéder à $\alpha_V^{(2)}$ par dérivation. Aussi nous avons recours à la méthode de régression polynômiale (cf. § suivant). A partir de la condition de phase, nous obtenons :

$$\alpha_f^{(2)} = \alpha_V^{(2)} - \alpha_\ell^{(2)} - \alpha_\ell^{(1)}\,\alpha_f^{(1)} \qquad (34)$$

le plus souvent :

$$\alpha_\ell^{(1)},\ \alpha_f^{(1)} \sim 10^{-6}/°K$$

$$\alpha_V^{(2)},\ \alpha_\ell^{(2)} \sim 10^{-9}/°K^2$$

et on peut écrire : $\alpha_f^{(2)} \sim \alpha_V^{(2)} - \alpha_\ell^{(2)}$ (35)

I.4 - Méthode des moindres carrés

I.4.a) Application de la méthode de régression polynomiale pour déterminer $\alpha_V^{(2)}$ puis $\alpha_f^{(2)}$

Nous choisissons un certain nombre de températures T_i pour lesquelles nous exprimons tous les paramètres de l'onde. La résolution du système d'équations de conditions aux limites donne $V(T_i)$ vitesse de l'onde à différentes températures. La vitesse s'écrit comme les autres paramètres.

$$V(T) = V(T_o)\ (1 + \alpha_V^{(1)}\ (T-T_o) + \alpha_V^{(2)}\ (T-T_o)^2)$$

soit
$$Y(T) = \frac{V(T) - V(T_o)}{V(T_o)} - \alpha_V^{(1)}(T-T_o) = \alpha_V^{(2)}(T-T_o)^2$$

T_o est la température de référence.

Nous choisissons T. Calculant $V(T)$, $V(T_o)$ et $\alpha_V^{(1)}$, $Y(T)$ est alors déterminé pour différentes températures T_i, d'où la valeur de $\alpha_V^{(2)}$:

$$\alpha_V^{(2)} = \frac{Y(T_i)}{(T_i - T_o)^2} \qquad (36)$$

Remarque :

La courbe réelle V(T) n'est pas tout à fait confondue avec celle ayant pour expression le polynôme ; en effet, dans cette relation les termes d'ordre supérieur à 2 sont négligés. Aussi la valeur de $\alpha_V^{(2)}$ serait imprécise si on se limitait à donner la valeur (36) pour une seule valeur de T_i.

La courbe réelle V(T) est connue en n points T_i. Les coefficients du polynôme d'ordre 2 (parabole) sont calculés de façon que l'écart entre la courbe réelle et la parabole soit minimal en ces points.

$Y(T)$ est la valeur exacte, $Z(T) = \alpha_V^{(2)}\ (T-T_o)^2$ est la valeur approchée et nous apprécions la différence $Y(T) - Z(T)$ aux points T_i. Soit $\varepsilon_i = Y(T_i) - Z(T_i)$.
L'erreur quadratique est $E = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$, valeur que nous cherchons à minimiser.
La méthode des moindres carrés conduit à :

$$\alpha_V^{(2)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(T_i - T_o)^2\ Y(T_i)}{\sum_{i=1}^{n} (T_i - T_o)^4} \qquad (37)$$

Dans la pratique, nous choisissons 8 températures différentes choisies de façon symétrique par rapport à T_o ou non, proches de T_o ou éloignées. La précision de la valeur de $\alpha_f^{(2)}$ dépend de cette répartition. Une erreur de quelques pourcents sur la détermination du 1er ordre peut se répercuter en erreur plus grossière sur le 2ème ordre si l'on n'y prend pas garde. Aussi nous choisissons une méthode permettant de calculer le 2e ordre $\alpha_V^{(2)}$ sans que le 1er ordre $\alpha_V^{(1)}$ n'intervienne. La valeur de $\alpha_V^{(2)}$ devient indépendante de $\alpha_V^{(1)}$ pour un choix des points T_i symétriques par rapport à T_o.

I.4.b) Incertitude sur la valeur du coefficient thermique de fréquence d'ordre deux

$$\Delta\alpha_f^{(2)} \leq \Delta\alpha_V^{(2)} + \Delta\alpha_\ell^{(2)}$$

$\Delta\alpha_\ell^{(2)}$ dépend de la précision des coefficients de dilatation de longueur.
$\Delta\alpha_V^{(2)}$ dépend à la fois de la précision des données, des calculs, de la méthode. La précision des données est issue des mesures des paramètres du cristal, celle des calculs est accrue en rentrant les données en double précision sur l'ordinateur et la troisième s'obtient en déterminant au mieux des points T_i. Nous cherchons à minimiser l'incertitude de méthode $\Delta\alpha_V^{(2)}$ par un choix adéquat des points T_i.

Ainsi en admettant que la vitesse possède une incertitude absolue de 0,001 m/s et en choisissant 8 valeurs T_i symétriques par rapport à T_o et éloignées de 100°C par rapport à la température de référence

$$\boxed{\Delta\alpha_V^{(2)} < 10^{-10}/°K^2} \qquad (38)$$

Comme $\alpha_V^{(2)}$ est de l'ordre de $10^{-9}/°K^2$ nous pouvons annoncer $\alpha_V^{(2)}$ à 10% près.

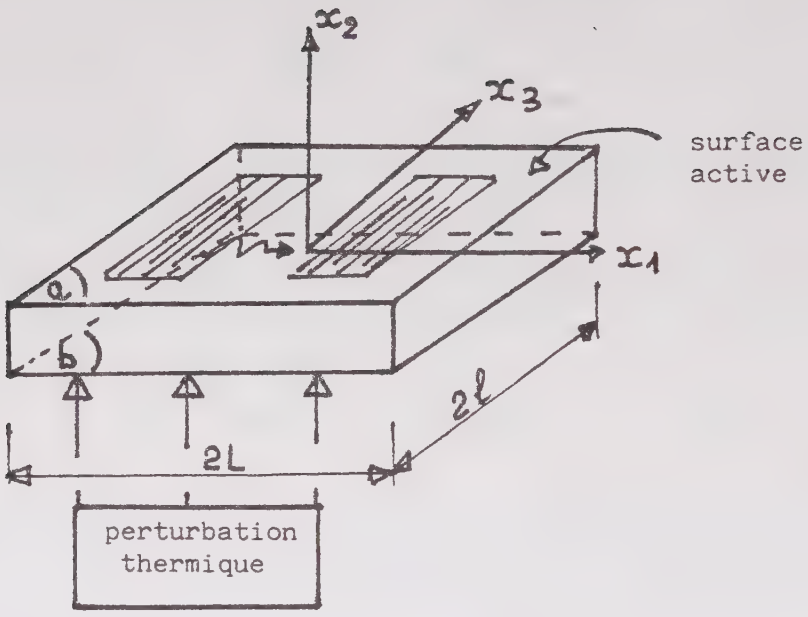


Fig. 2.1

Gradient de température

II - METHODE DE PERTURBATIONS POUR DETERMINER LE COEFFICIENT DYNAMIQUE DE TEMPERATURE

Toute variation rapide de la température d'un substrat entraîne l'apparition d'une précontrainte. La prédéformation est en général inhomogène dans le volume du cristal.

Une méthode de perturbation permet d'obtenir directement les variations relatives de vitesse de propagation et de fréquence en fonction des caractéristiques de la prédéformation. Elle fait apparaître à la fois des paramètres statiques et d'autres dynamiques.

Notons U_i, Φ les amplitudes des déplacements et du potentiel de l'onde lorsque le milieu est soumis à une précontrainte et U_i^o, Φ^o celles dans l'état naturel. Les solutions restent sinusoïdales, la fréquence angulaire ω_o de l'état naturel est modifiée et prend la valeur ω. Les oscillations des dispositifs à ondes de surface sont telles que le nombre d'onde est conservé et la variation de vitesse de phase est couplée à la variation de fréquence angulaire ω_o.

Aux équations d'équilibre s'ajoutent les conditions aux limites traduisant que la surface de propagation est libre de toute contrainte (l'application du gradient de température se faisant par la face b du cristal (fig. 2.1)).

Nous présentons ici l'expression intégrale donnant directement les variations relatives de la fréquence en fonction des modifications statiques du milieu.

Les équations d'équilibre et les conditions aux limites s'écrivent :

- en milieu non perturbé

$$\rho_o \ddot{u}_j^o = P_{ij,i}^o \qquad (39)$$

$$P_{ij}^o = c_{ijk\ell}\, u_{k,\ell}^o + e_{mij}\, \Phi_{,m}^o \quad \text{élément du tenseur de Piola-Kirchoff}$$

$$D_{m,m}^o = 0 \qquad (40)$$

$$D_m^o = e_{mk\ell}\, u_{k,\ell}^o - \epsilon_{m,n}\, \Phi_{,n}^o \quad \text{induction électrique}$$

- en milieu perturbé

$$\rho \ddot{u}_j = P_{ij,i} \qquad (41)$$

$$P_{ij} = \bar{A}_{ijk\ell}\, u_{k,\ell} + \bar{\Delta}_{mij}\, \Phi_{,m}$$

$$D_{m,m} = 0 \qquad (42)$$

$$D_m = \bar{\Delta}'_{mk\ell}\, u_{k,\ell} - \bar{B}_{mn}\, \Phi_{,n}$$

Notations :

* $\boxed{\bar{A}_{ijk\ell} = c_{ijk\ell} + \bar{H}_{ijk\ell}}$

$H_{ijk\ell}$ intervient comme la modification des coefficients élastiques lorsque le cristal est perturbé

* $\boxed{\bar{\Delta}_{mij} = e_{mij} + \bar{\mathfrak{J}}_{mij}}$

$\bar{\mathfrak{J}}_{mij}$: modification des coefficients piézoélectriques directs calculés à déformation constante

* $\boxed{\bar{\Delta}_{mk\ell} = e_{mk\ell} + \bar{\mathfrak{J}}'_{mk\ell}}$

$\mathfrak{J}'_{mk\ell}$: modification des coefficients piézoélectriques inverses calculés à champ électrique constant.

Il est important de remarquer que dans l'état naturel, les constantes piézoélectriques à champ constant ou à déformations constantes sont équivalentes puisqu'il n'y a pas de contrainte extérieure. Par contre, dans l'état perturbé les valeurs sont différentes et il faut distinguer $\bar{\mathfrak{J}}_{mij}$ et $\bar{\mathfrak{J}}'_{mij}$

* $\boxed{\bar{B}_{mn} = \varepsilon_{mn} + \bar{L}_{mn}}$

$\bar{L}_{mn}$: modification des coefficients diélectriques calculés pour un cristal non perturbé.

La variation relative de fréquence et de vitesse s'écrit en intégrant :

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_o} = \frac{\Delta \omega}{\omega_o} = \frac{\int_V \left[u^{o*}_{j,i} \bar{H}_{ijk\ell} u^o_{k,\ell} + u^{o*}_{j,i} \bar{\mathfrak{J}}_{mij} \Phi^o_{,m} + \bar{\mathfrak{J}}'_{mij} u^o_{j,i} \Phi^{o*}_{,m} - \bar{L}_{m,n} \Phi^{o*}_{,n} \Phi^o_{,m}\right] dV}{2\, \rho_o\, \omega_o^2 \int_V u^{o*}_i\, u^o_i\, dV}} \qquad (43)$$

Chacun des termes $\bar{H}_{ijk\ell}$, $\bar{\mathfrak{J}}_{mij}$, $\bar{\mathfrak{J}}'_{mij}$, $\bar{L}_{mn}$ est écrit sous forme d'un développement limité suivant l'épaisseur x_2 (polynôme d'ordre n).

$$\bar{\bar{H}}_{ijk\ell} = \sum_n \bar{\alpha}^{(n)}_{ijk\ell} (x_2)^n$$

$$\bar{\bar{\mathfrak{I}}}_{mij} = \sum_n \bar{\delta}^{(n)}_{mij} (x_2)^n \qquad x_2 \angle 0$$

$$\bar{\bar{\mathfrak{I}}}'_{mij} = \sum_n \bar{\delta}'^{(n)}_{mij} (x_2)^n$$

$$\bar{\bar{L}}_{ij} = \sum_n \bar{\beta}^{(n)}_{ij} (x_2)^n$$

Lorsque les effets de la précontrainte sont inhomogènes, les efforts, déformations et déplacements dépendent de la position (x_1, x_3) mais aussi de la variable d'espace x_2. Dans le cas d'une onde de surface, la profondeur de pénétration dans le matériau se limite à deux fois la longueur d'onde, ainsi la détermination des termes de la prédéformation peut être faite à la surface de propagation en chaque point de coordonnée

$$M(x_1, x_2, x_3) = M(x_1, 0, x_3).$$

Dans le calcul des termes de couplage non linéaire entre le cristal et la prédéformation $(\bar{\bar{H}}, \bar{\bar{\mathfrak{I}}}, \bar{\bar{\mathfrak{I}}}', \bar{\bar{L}})$, x_1 et x_3 sont considérés comme paramètres. On tient compte de la variable x_2 qui permet la considération du couplage en volume sur l'épaisseur de la plaque. L'épaisseur active où la prédéformation peut varier rapidement est 2λ.

Notations :

$$I_1 = 2\,\rho_o\,V_o^2 \sum_{p,q} \frac{A^{o(p)}\,U_i^{o(p)}\,A^{*o(q)}\,U_i^{o(q)*}}{(n_2^{(p)} - n_2^{*(q)})}$$

$$I(p,q) = [n_2^{(p)} - n_2^{(q)*}]\,[i\,\frac{\omega_o}{V_o}\,(n_2^{(p)} - n_2^{(q)*})]^n$$

$$I_2 = \sum_n \bar{\beta}^{(n)}_{ikjm} \sum_{p,q} \frac{A^{o(p)}\,\Phi^{o(p)}\,A^{o(q)*}\,\Phi^{o(q)*}\,n_j^{(p)}\,n_i^{(q)*}\,n!}{I(p,q)}$$

$$I_3 = \sum_n \bar{\alpha}^{(n)}_{ikjm} \sum_{p,q} \frac{A^{o(p)}\,U_j^{o(p)}\,A^{o(q)*}\,U_j^{o(q)*}\,n_m^{(p)}\,n_k^{(q)*}\,n!}{I(p,q)}$$

$$I_4 = \sum_n \bar{\delta}^{(n)}_{mij} \sum_{p,q} \frac{A^{o(p)}\,\Phi^{o(p)}\,A^{o(q)*}\,U_j^{o(q)*}\,n_i^{(q)*}\,n_m^{(p)}\,n!}{I(p,q)}$$

$$I_5 = \sum_n \bar{\delta}^{(n)\prime}_{mij} \sum_{p,q} \frac{A^{o(p)}\,U_j^{o(p)}\,A^{o(q)*}\,\Phi^{o(q)*}\,n_i^{(p)}\,n_m^{(q)*}\,n!}{I(p,q)}$$

d'où

$$\frac{\Delta V}{V_o} = \frac{\Delta \omega}{\omega_o} = \frac{\Delta f}{f_o} = \frac{-I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_1} \qquad (45)$$

La variation relative de vitesse est ainsi obtenue comme une valeur moyenne, dans un petit domaine de la surface de propagation centré autour du point $M(x_1,x_3)$. Elle prend en compte la totalité de l'épaisseur de la plaque cristalline sous ce domaine. Pour une plaque de dimension 2L suivant x_1 et 2ℓ suivant x_3, on calcule les variations $\Delta V/V_o(x_1,x_3)$ en différents points de la surface puis on détermine la valeur moyenne sur la longueur effective parcourue par l'onde. L'intégration est effectuée sur toute l'épaisseur du cristal considérée comme infinie devant 2λ.

Une étude à deux dimensions est entreprise [9]. Ainsi si nous appliquons une variation de température sur la surface b d'un substrat piézoélectrique (fig. 2.1), nous calculons la variation relative de fréquence par la méthode des perturbations. Dans cette valeur, nous dissocions l'effet dû à la variation de température (effet statique) et l'effet qui dépend du gradient de température (effet dynamique) s'exprimant par un terme $\tilde{\tilde{a}} \frac{\partial T}{\partial t}$ (fig. 2.2). L'expression de la variation relative de fréquence peut alors s'écrire :

$$\frac{\Delta f}{f_o} = \alpha_f^{(1)}(T-T_o) + \alpha_f^{(2)}(T-T_o)^2 + \tilde{\tilde{a}} \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (46)$$

$\alpha_f^{(1)}$, $\alpha_f^{(2)}$ sont des coefficients de température d'ordre 1 et 2 (statiques)

$\tilde{\tilde{a}}$ est le coefficient dynamique de température

T, T_o sont respectivement la température à la surface du cristal et la température de référence 25°C.

Une autre méthode, expérimentale, consiste à enregistrer la caractéristique fréquence-température. Ainsi connaissant les valeurs de $\alpha_f^{(1)}$ $\alpha_f^{(2)}$ par des mesures en statique, on en déduit la valeur de $\tilde{\tilde{a}}$

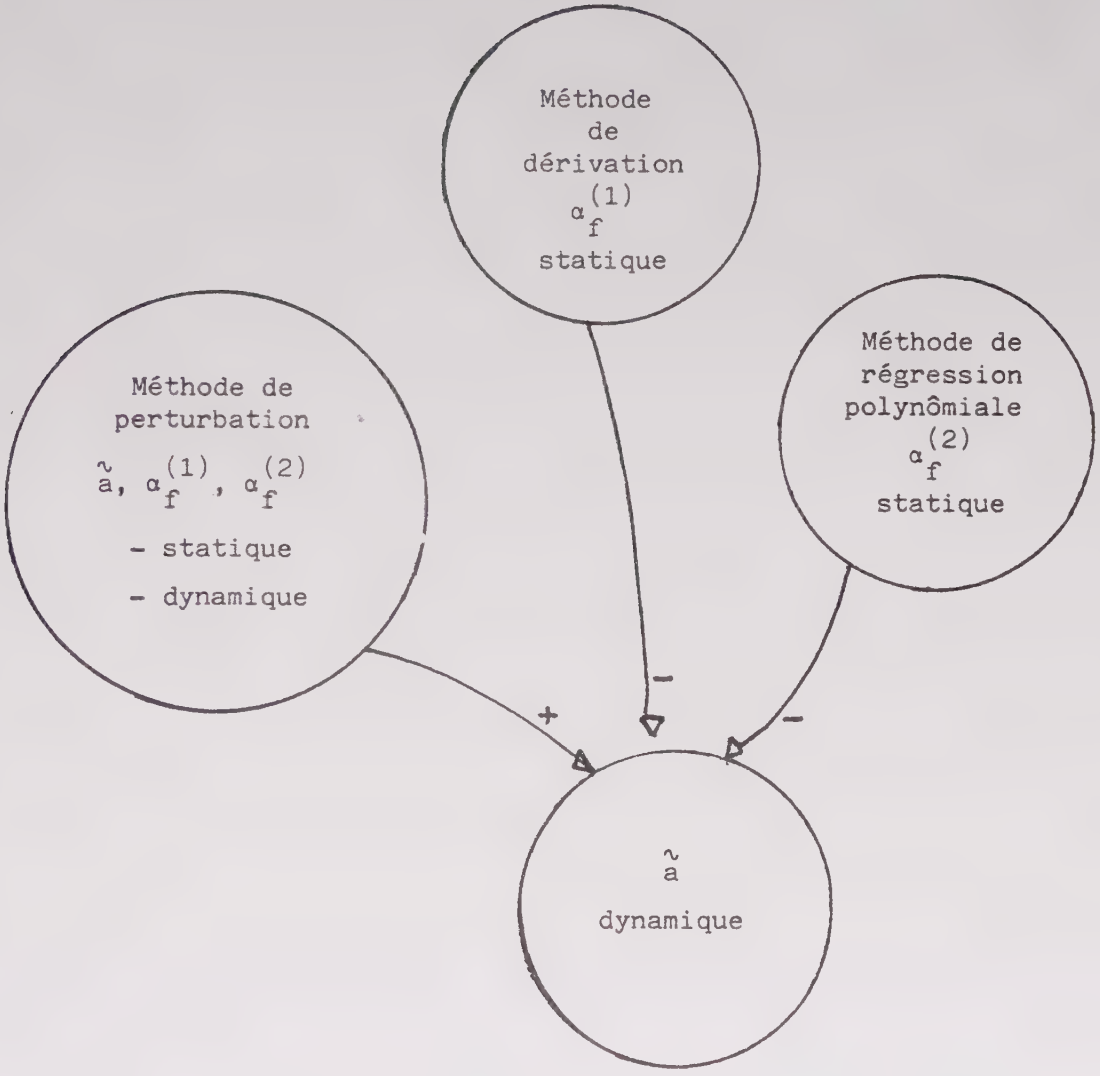

Méthode de dérivation $\alpha_f^{(1)}$ statique
Méthode de perturbation $\tilde{a}$, $\alpha_f^{(1)}$, $\alpha_f^{(2)}$
- statique
- dynamique
Méthode de régression polynômiale $\alpha_f^{(2)}$ statique
+
−
−
$\tilde{a}$ dynamique

Fig. 2.2

C

RESOLUTION NUMERIQUE

I - PROGRAMME DE CALCUL DANS LE CAS DE MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES ET COMPARAISON AVEC LE PROGRAMME UTILISANT LES CONSTANTES DURCIES

La propagation des ondes de surface a déjà été étudiée pour le quartz, d'abord en considérant ce matériau purement élastique, puis en supposant qu'il est faiblement piézoélectrique. Une méthode approchée permet d'introduire l'effet piézoélectrique simplement, pour revenir à un traitement analytique identique au cas purement élastique ; elle introduit de nouvelles constantes : les constantes durcies [3]. Un programme a été réalisé ; il fournit les valeurs des paramètres suivants :

- vitesse de propagation V
- coefficients d'atténuations $n_2^{(r)}$ suivant les trois modes $r = 1,2,3$
- angle Φ' entre la direction de propagation de l'onde et celle du flux d'énergie
- coefficients en température de la vitesse et de la fréquence $\alpha_V^{(n)}$, $\alpha_f^{(n)}$ à l'ordre 1,2,3.

Avantages :

L'effet de la piézoélectricité est introduit simplement, ce qui permet d'obtenir une bonne approximation du phénomène physique et à moindre frais. Nous avons également une idée des coupes et directions de propagation intéressantes.

Inconvénients :

- ce programme n'est valable que pour les corps purement élastiques ou faiblement piézoélectriques et ayant une configuration matricielle des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques comme celle du quartz ou présentant des constantes nulles supplémentaires (annexe J-1).
- il donne accès à un nombre réduit de paramètres.
- la détermination des coefficients de température du 2e ordre est parfois imprécise.

La présente étude traite les corps piézoélectriques dans toute leur généralité Le cas élastique apparaît alors comme cas particulier en rendant les constantes piézoélectriques nulles.

Avantages

- le programme est valable pour tous les cristaux piézoélectriques ou non piézoélectriques
- il fait le calcul du potentiel et du coefficient de couplage
- il traite les cas dégénérés
- le calcul des coefficients de température du 1er et 2e ordre a sa précision augmentée.

Inconvénients

assez compliqué et coûteux

Les organigrammes du programme sont reportés en annexe (J-3).

Aussi nous utiliserons pratiquement le premier programme pour repérer des coupes intéressantes, dans la mesure où le corps peut être modélisé de cette façon puis nous "affinerons" avec le second programme pour obtenir d'autres renseignements et des valeurs plus précises.

L'originalité du programme consiste à travailler en double précision afin de limiter le cumul d'erreurs et à éviter au maximum les développements analytiques en s'efforçant d'utiliser des sous-programmes simples ou existant dans la bibliothèque scientifique de l'ordinateur Iris 50.

D'autre part, la complexité du programme nécessite l'utilisation de presque la totalité de la mémoire centrale (128 Koctets) et une architecture arborescente avec segmentation a été nécessaire afin d'effectuer certaines opérations en parallèle. Afin de diminuer le temps de calcul pour les coupes connues, la vitesse a été initialisée à une valeur proche de celle déterminée par le programme pour corps non piézoélectriques. Dans le cas général de coupe inconnue le temps de calcul dépend du nombre d'incrémentations sur la vitesse avant de trouver celle qui annule $\det(T_2)$; il est en moyenne de quelques minutes alors qu'avec le précédent programme il est de quelques secondes.

Les dégénérescences prises en compte permettent de traiter la quasi-totalité des cas (avec l'autre programme 15% des cas ne pouvaient être obtenus).

Le programme est utilisé pour déterminer des coupes et directions de propagation à :

- $\alpha_f^{(1)}$ élevé, $\alpha_f^{(2)}$ faible (capteurs de température) présentant une bonne linéarité et une grande sensibilité.

- $\alpha_f^{(1)}$ faible pour obtenir un oscillateur stable dépendant peu de la température,

et pour obtenir tous autres renseignements sur la vitesse de l'onde, le coefficient de couplage... Nous présentons au chapitre suivant quelques exemples intéressants.

D

APPLICATION DES METHODES THEORIQUES PRECEDENTES POUR DIFFERENTS MATERIAUX

I - QUARTZ

Tout d'abord, notre étude théorique repart des résultats obtenus pour des coupes intéressantes du quartz mises en évidence par le programme des corps faiblement piézoélectriques :

LST $(\Phi,\theta,\Psi) = (11,4° ; 59,4° ; 36°)$
cette coupe est linéaire

AT $(\Phi,\theta,\Psi) = (0° ; 35,25° ; 0°)$

ST $(\Phi,\theta,\Psi) = (0° ; 42,5° ; 0°)$ [1]
cette coupe a le coefficient thermique du 1er ordre sur la fréquence nul ; $\alpha_f^{(1)} = 0$; la courbe fréquence-température est parabolique.

FST $(\Phi,\theta,\Psi) = (6,34° ; -41,5° ; 27°)$
cette coupe est à coefficients du 1er ordre et 2e ordre de fréquence nuls.

Y $(\Phi,\theta,\Psi) = (0° ; 0° ; 0°)$

ceci conduit aux résultats présentés ci-dessous, obtenus par le programme tenant compte de la piézoélectricité.

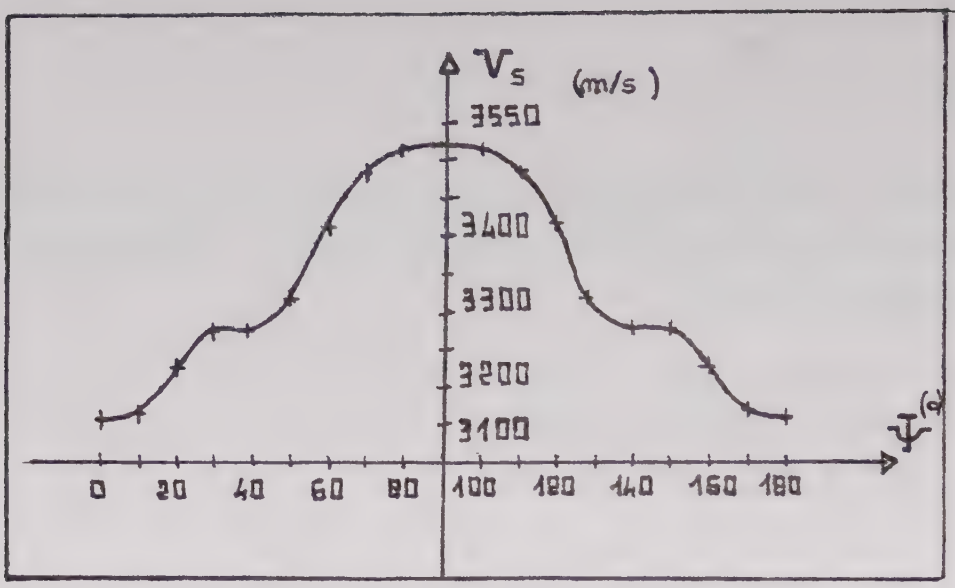
I.1 - Coupes ST, AT, Y

I.1.a) Coupe ST

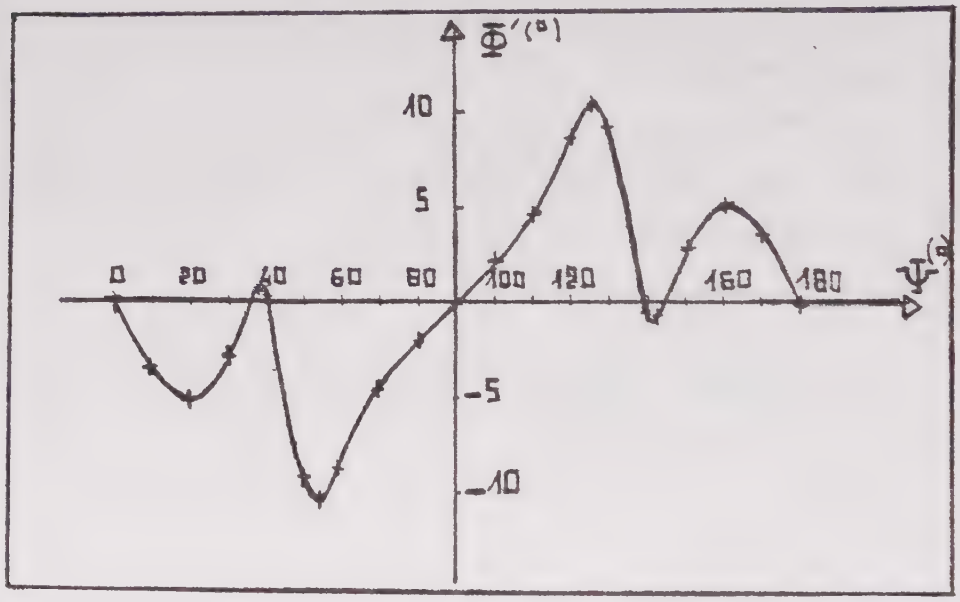
Pour $\Phi = \Psi = 0$, on fait varier θ afin de trouver la coupe à $\alpha_f^{(1)} = 0$:

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$
0	43	0	- 7,6	-45,4
0	42,5	0	- 3,2	-45,2
0	42,1	0	0	-44,8

vitesse



angle du flux d'énergie



coefficient de couplage

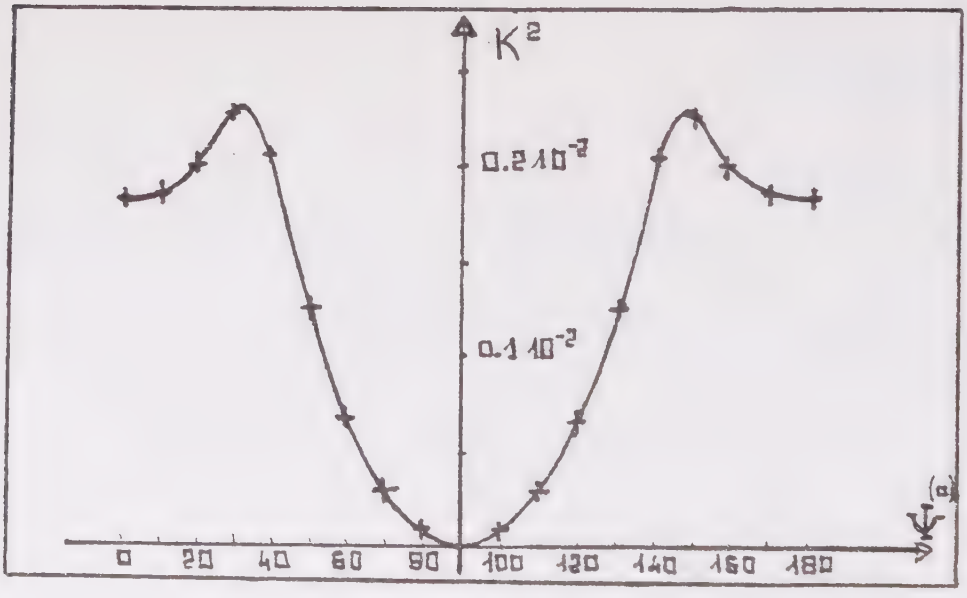


Fig. 1.1.1

Coupes (0° ; 42,1° ; Ψ)

le milieu adjacent est le vide

Les caractéristiques théoriques de l'onde correspondantes pour (Φ,θ,Ψ) = (0° ; 42,1° ; 0°) sont :

V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	Φ' (°)
3157,8	3160,7	$18\ 10^{-4}$	0	-45	0

Afin d'illustrer les possibilités du programme, nous représentons (fig. 1.1.1) les variations des différents paramètres de l'onde lorsque Ψ varie de 0° à 180° pour les coupes
(Φ,θ,Ψ) = (0 ; 42,1° ; Ψ).

Nous remarquons que Φ' angle du flux d'énergie et de la direction de propagation de l'onde est nul pour la coupe ST ; nous avons un mode pur et la stabilité d'une telle ligne montée en oscillateur sera améliorée puisqu'ainsi le transducteur de sortie capte le maximum d'énergie électroacoustique.

Les coupes (0 ; 42,1° ; 39°) et (0 ; 42,1° ; 90°) sont également à mode pur. La coupe (0 ; 42,1° ; 90°) présente un coefficient de couplage nul et n'est par conséquent pas piézoélectrique ; la vitesse est maximale et les coefficients en température du 1er et 2e ordre sont très élevés ($\alpha_f^{(1)} \simeq -45\ 10^{-6}/°K$, $\alpha_f^{(2)} \simeq -57\ 10^{-9}/°K^2$).

I.1.b) Coupes AT et Y

Les trois coupes AT, Y, ST sont du type (0 ; θ ; 0) avec respectivement θ = 35,25°, θ = 0, θ = 42,1°. Elles présentent des analogies (fig. 1.1.2). Les caractéristiques de l'onde sont :

coupe	V_o m/s	V_s m/s	K^2	Φ' (°)	$\alpha_f^{(1)}$ $10^{-6}/°K$	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$
AT	3151,7	3154,9	$20,2\ 10^{-4}$	0	3,3	-41,1
Y	3189,5	3193,9	$27,7\ 10^{-4}$	0	24,3	-18,7

Coupes (0°; 42,10° ; Ψ)

Coefficients de température d'ordre 1 de la fréquence

Cas A = $\alpha_e^{(1)} \neq 0$ Cas B = $\alpha_e^{(1)} = 0$

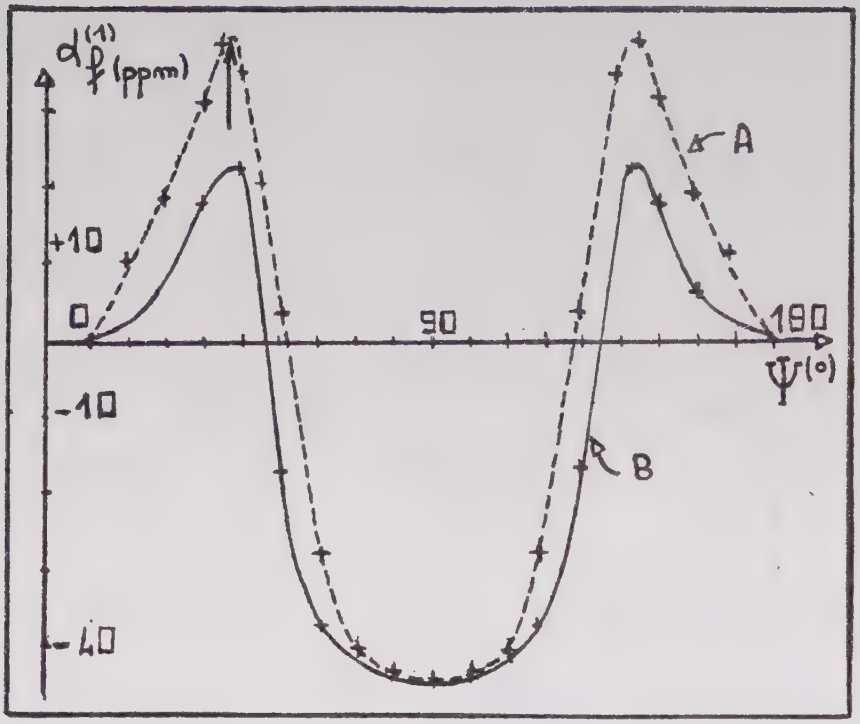


Fig. 1.3.1

Coefficients de température d'ordre 2 de la fréquence

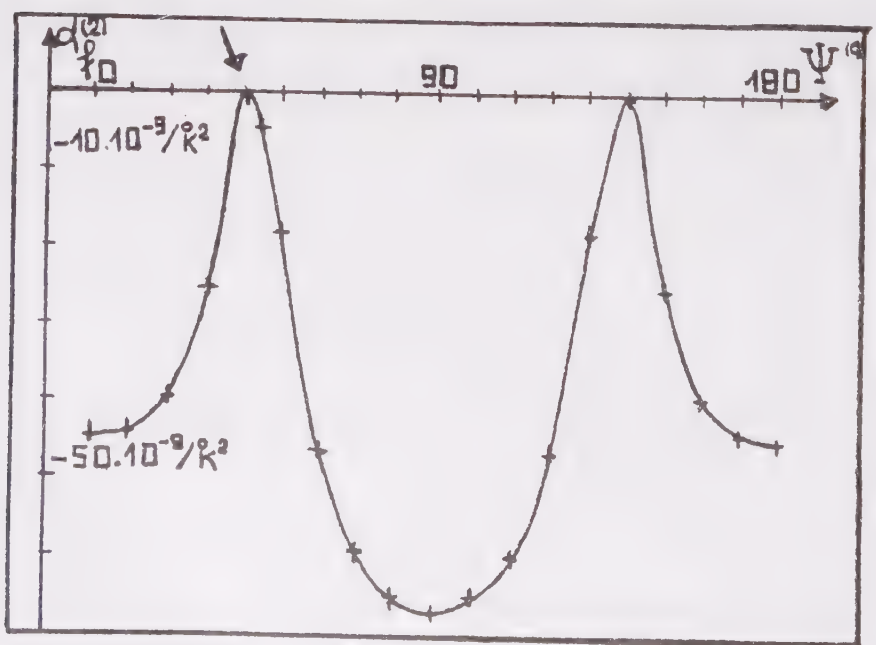
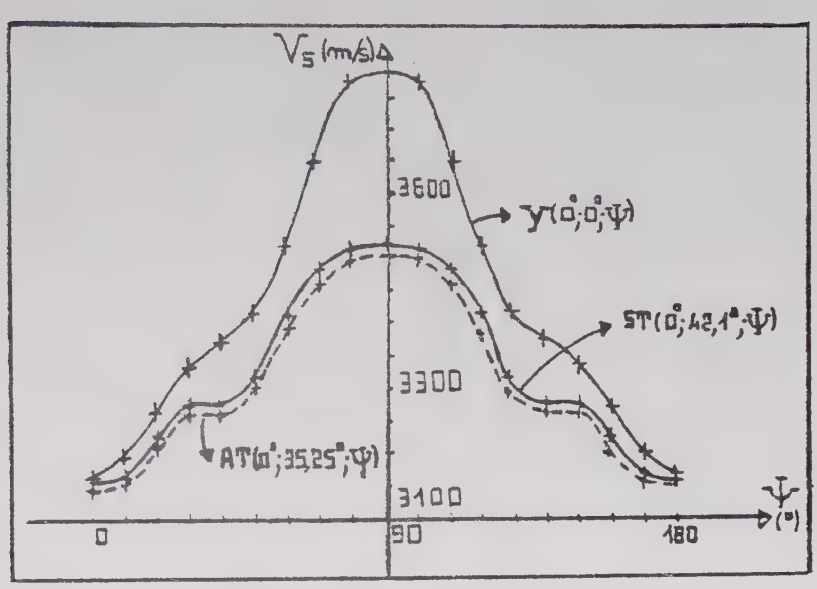
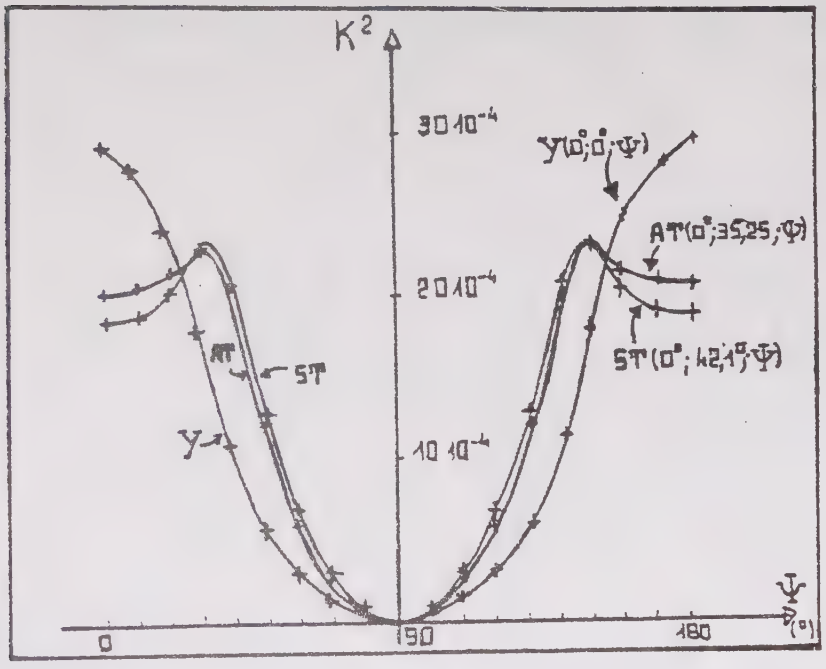
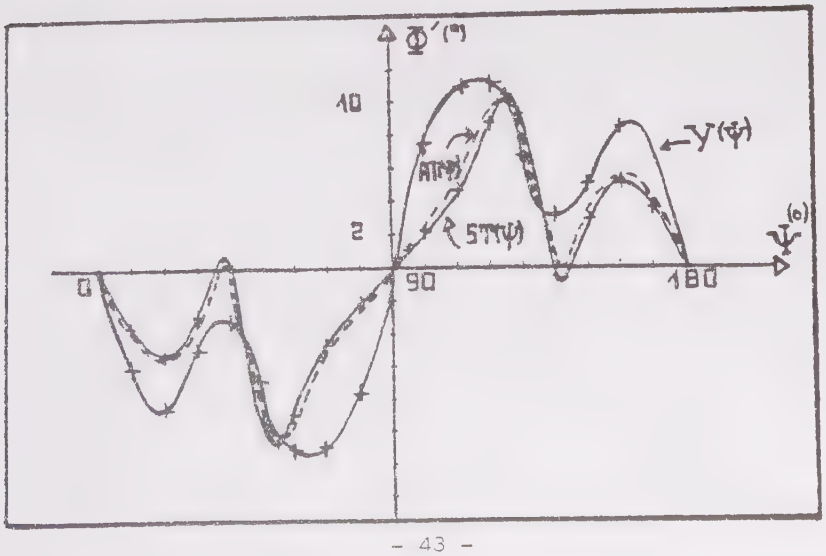


Fig. 1.1.2

Comparaison des coupes (O, θ, Ψ)







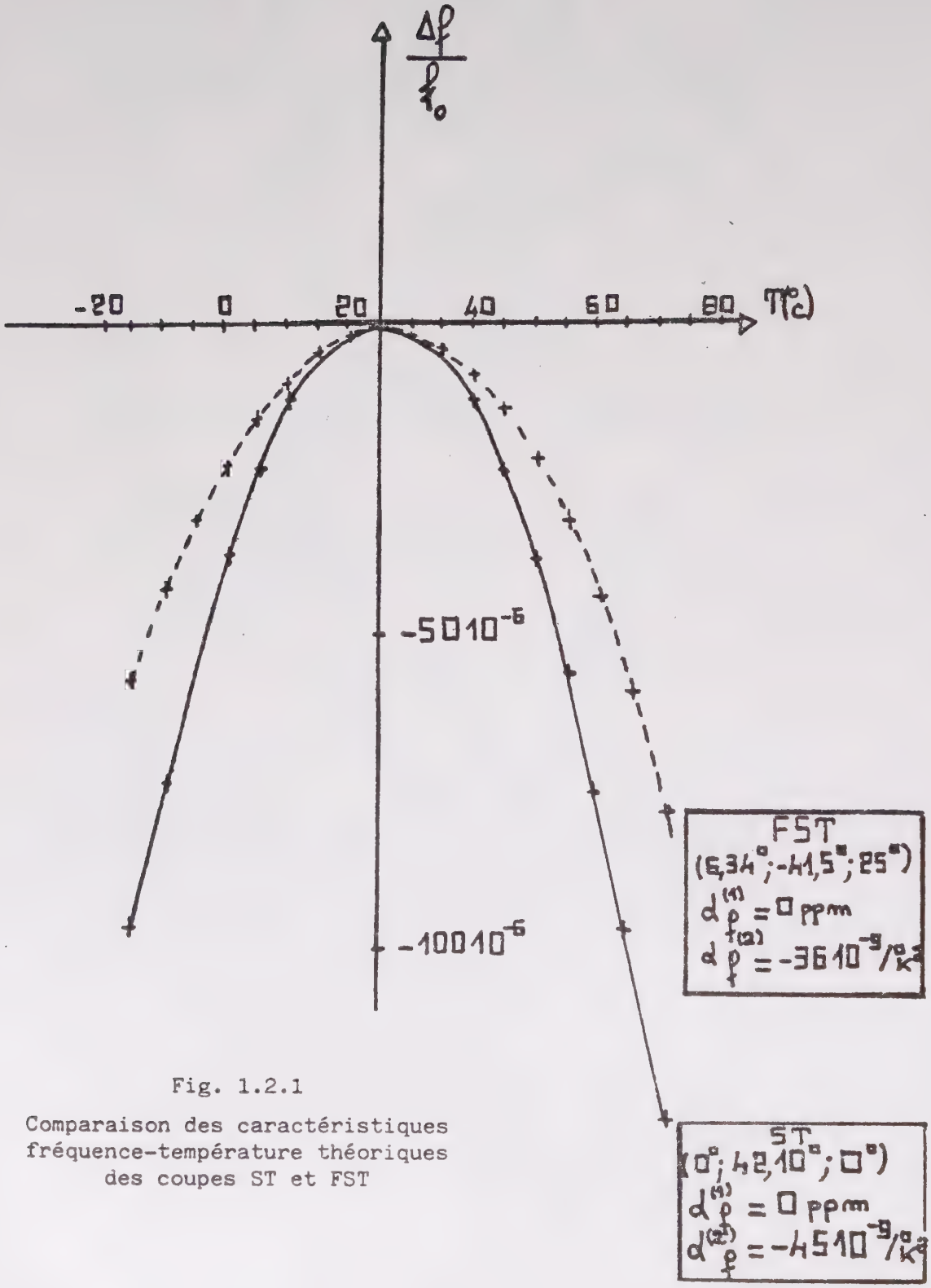


Fig. 1.2.1

Comparaison des caractéristiques fréquence-température théoriques des coupes ST et FST

I.2 - Coupes peu sensibles à la température

I.2.a) Coupe FST
(Fig. 1.2.1)

Il y a désaccord entre l'ancien programme et l'expérience ; en effet la théorie donne $\alpha_f^{(1)} = 0$, $\alpha_f^{(2)} = 0$ et la pratique $\alpha_f^{(1)} = 0$, $\alpha_f^{(2)} = -29.10^{-9}/°K^2$ Elle est cependant meilleure que la coupe ST qui présente un 2e ordre de $-45.10^{-9}/°K^2$. La différence entre les résultats est due à l'une des causes suivantes :

- la méthode des constantes durcies traite de façon grossière la piézo-électricité
- la méthode de détermination de $\alpha_f^{(2)}$ est imparfaite
- les mesures expérimentales sont peut-être faussées par des effets parasites.

Le problème est de savoir si c'est l'expérience ou si c'est la théorie qui est mal adaptée à ce cas particulier. Afin de lever l'indétermination (fig. 1.2.2) nous avons relevé les valeurs théoriques suivantes :

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$
6,34	-41,5	9	23,0	-17,8
-	-	25	0,1	-36,1
-	-	26	-4,3	-36,2
-	-	27	-8,5	-36,3

Au voisinage de $(\Phi,\theta,\Psi) = (6,34° ; -41,5° ; 25°)$ les lieux des coupes à $\alpha_f^{(1)}=0$ et $\alpha_f^{(2)} = 0$ n'ont jamais d'intersection car $\alpha_f^{(2)}$ reste voisin de $-36.10^{-9}/K^2$

Les caractéristiques théoriques de l'onde sont pour
$(\Phi,\theta,\Psi) = (6,34° ; -41,5° ; 25°+\varepsilon)$.

V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	Φ' (°)
3588,3	3591,5	$17,9\ 10^{-4}$	0	-36	- 4,6

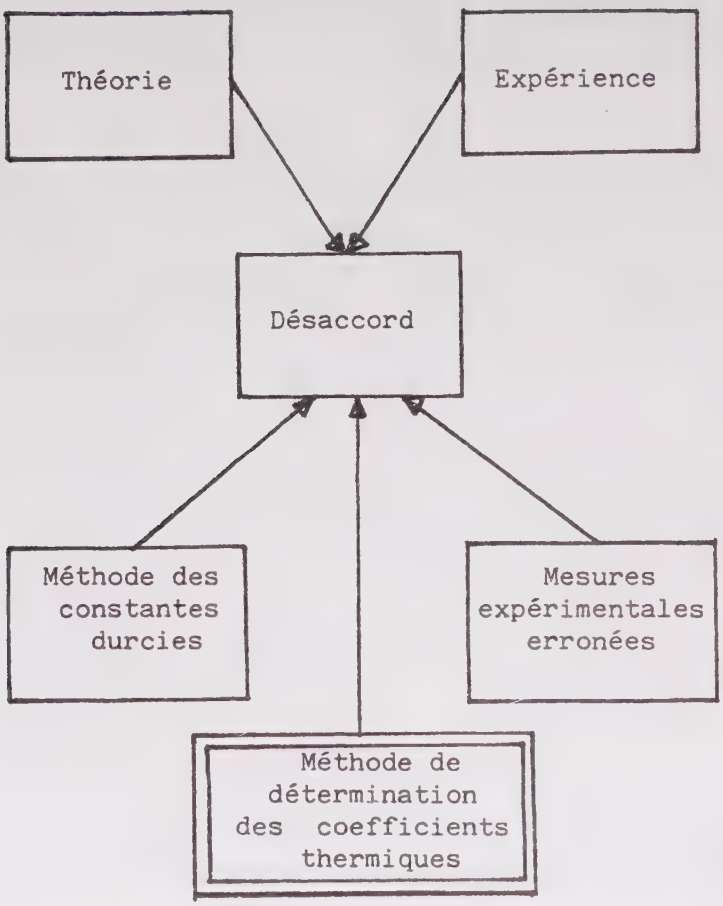

Théorie
Expérience
Désaccord
Méthode des constantes durcies
Mesures expérimentales erronées
Méthode de détermination des coefficients thermiques

Fig. 1.2.2

Fig. 1.2.3

Coupes (0 ; θ ; Ψ)

Coefficient de température d'ordre 1 de la fréquence

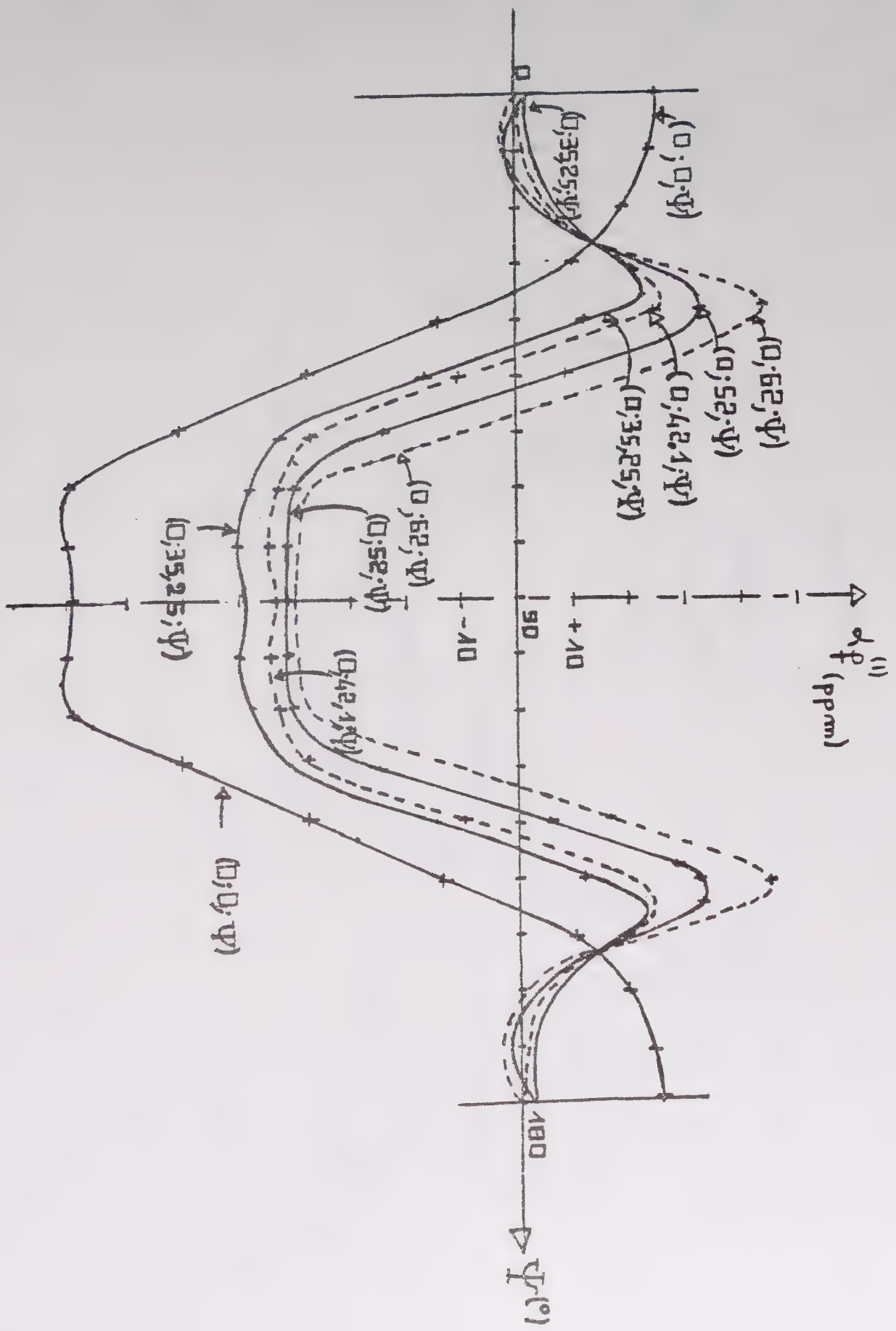
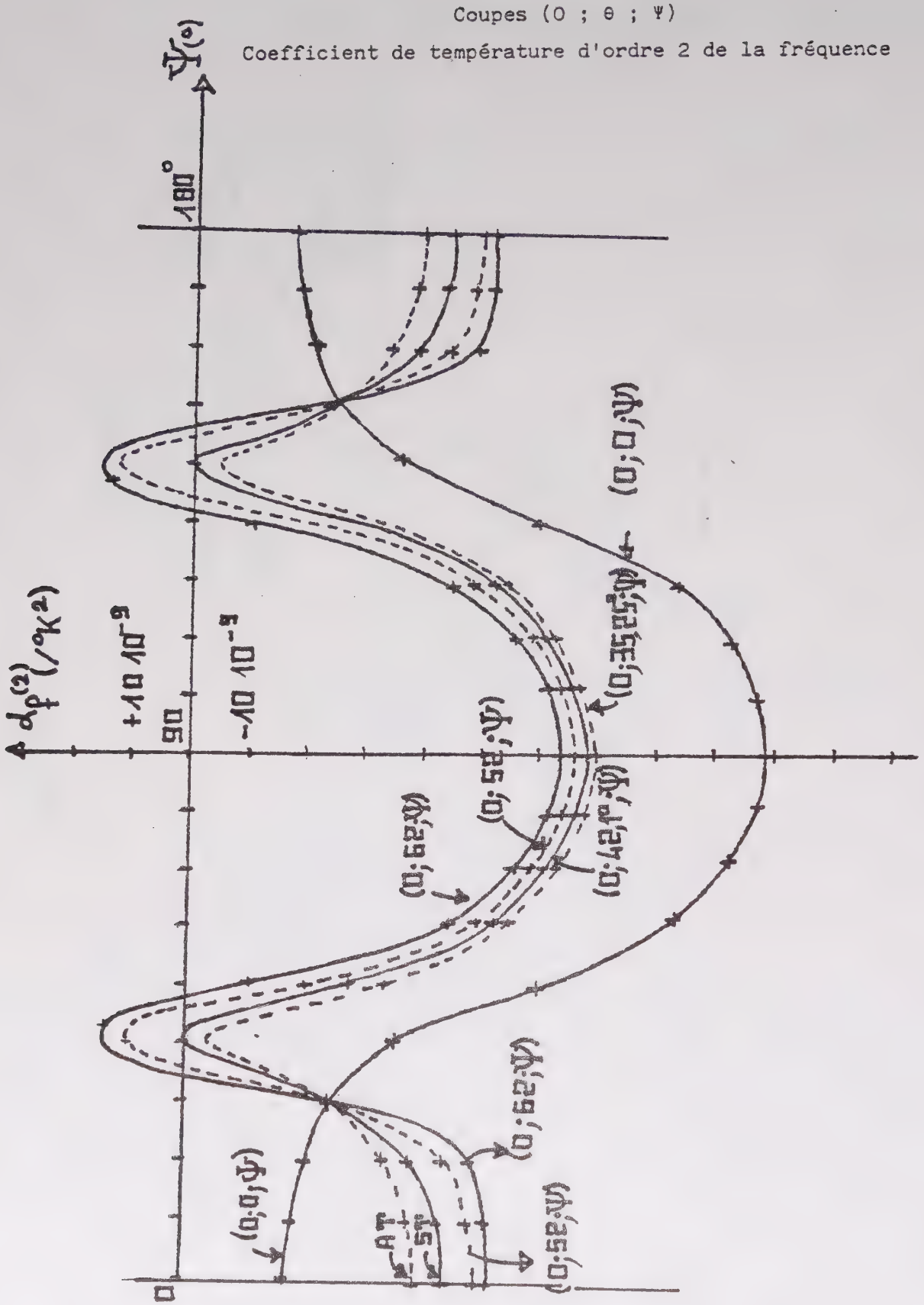


Fig. 1.2.4

Coupes (0 ; θ ; Ψ)

Coefficient de température d'ordre 2 de la fréquence



$\alpha_f^{(2)}$ est à 20% près en accord avec les résultats expérimentaux déjà trouvés. Ainsi la modification de $\alpha_f^{(2)}$ est due soit à l'effet piézoélectrique soit à la méthode théorique de détermination de $\alpha_f^{(2)}$.

Si le programme général est utilisé en rendant les constantes piézoélectriques nulles, les résultats sont les suivants :

pour $(\Phi,\theta,\Psi) = (6{,}34° ; -41{,}5° ; 25°)$ $\quad \alpha_f^{(2)} = -35{,}6\ 10^{-9}/°K^2$; $\alpha_f^{(1)} \neq 0$.

Ainsi, $\alpha_f^{(1)}$ est nul pour $\Psi = 27°$. L'effet piézoélectrique pour le quartz est relativement faible, nous trouvons les mêmes angles que par la méthode des constantes durcies.

La méthode de régression polynômiale donne de meilleurs résultats que la méthode des dérivations qui dépend de la précision des constantes élastiques d'ordre 2 ainsi que de celle des calculs des coefficients de température du 1er ordre. Les valeurs concernant le 1er ordre sont les mêmes à quelques ppm près. Il faut noter que $\alpha_f^{(1)}$ s'exprime en $10^{-6}/°K$ et $\alpha^{(2)}$ en $10^{-9}/°K^2$, ainsi une erreur de quelques ppm sur le 1er ordre peut engendrer une erreur importante sur le 2e ordre.

I.2.b) Coupes du type $(0,\theta,\Psi)$

Les courbes de variations de $\alpha_f^{(1)}$ en fonction de Ψ ($\Psi \in (0°, 90°)$) coupent l'axe $\alpha_f^{(1)} = 0$ pour Ψ appartenant à l'intervalle (35°, 55°) pour toute valeur de θ (fig. 1.2.3). Les valeurs de $\alpha_f^{(2)}$ correspondantes sont plus faibles que celles de la coupe ST. Ces coupes sont à comparer avec la coupe FST (fig. 1.2.5).

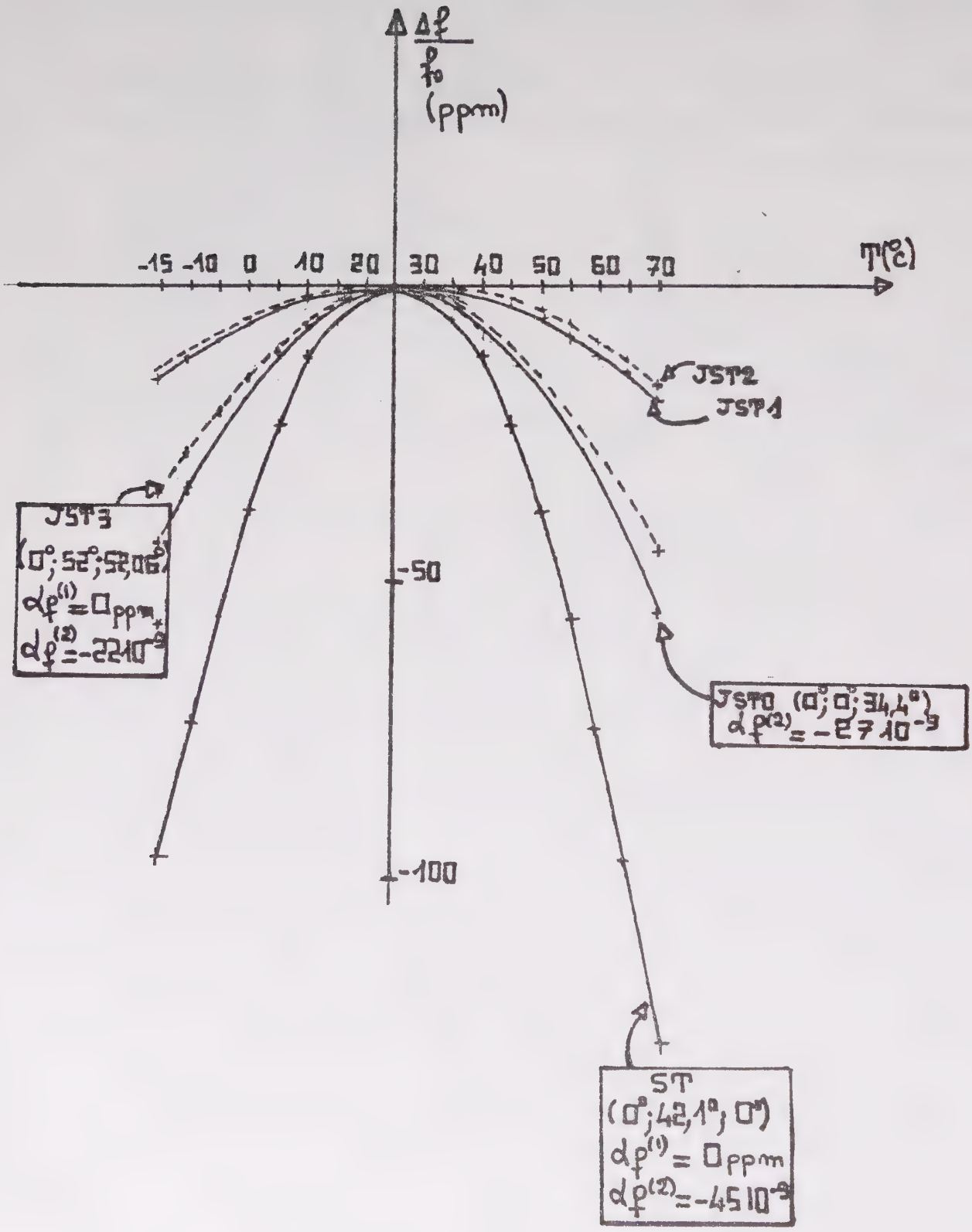
Résultats :

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	Φ' (°)	coupe
0	0	34,4	3351,6	3354,1	$14{,}8\ 10^{-4}$	0	- 27,3	- 3,3	JST0
0	θ_o	Ψ_o	3266,4	3269,0	$16{,}0\ 10^{-4}$	0	- 9,9	- 3,8	JST1
0	θ_o	Ψ_o	3289,0	3291,4	$14{,}7\ 10^{-4}$	0	- 9,2	- 6,7	JST2
0	52	52,06	3386,3	3388,1	$10{,}3\ 10^{-4}$	0	- 22,1	-14,2	JST3
0	62	59,76	3463,2	3463,3	$0{,}9\ 10^{-4}$	0	- 35,1	-16,0	JST4

Fig. 1.2.5

Coupes peu sensibles à la température

Caractéristique fréquence-température



Nous notons l'intérêt des coupes JST1 et JST2 pour la réalisation d'oscillateurs stables. Le coefficient de température d'ordre 2 est environ 3 fois plus faible qu'une coupe FST et l'angle de rotation Φ est nul, ce qui simplifie la technologie.

I.3 - Coupes linéaires

I.3.a) Coupe LST

Lorsque $\Psi = 11,4°$, $\theta = 59,4°$ sont constants et Ψ varie de 32° à 38°, $\alpha_f^{(1)}$ a une valeur presque constante proche de 33 10^{-6}/°K, par contre $\alpha_f^{(2)}$ se rapproche le plus de 0 à $\Psi_o = 35,25°$. Pour cette valeur Ψ_o nous cherchons Φ_o, θ_o proches de (11,4° ; 59,4°) qui annulent exactement $\alpha_f^{(2)}$:

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	$\alpha_f^{(1)}$ 10^{-6}/°K	$\alpha_f^{(2)}$ 10^{-9}/°K²
11	59,4	35,25	33,85	1,0
12	59,4	35,25	31,12	-2,6
11,4	59	35,25	33,01	1,8
11,4	60	35,25	32,36	-0,8
11,3	59,4	35,25	32,76	0,0

Les caractéristiques théoriques pour $(\phi,\theta,\psi) = (11,3° ; 59,4° ; 35,25°)$ sont égales à :

V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ 10^{-9}/°K²	Φ' (°)
3355,7	3357,2	8,9 10^{-4}	33	0	3,5

La sensibilité est directement liée à la valeur du coefficient du premier ordre égal à 33 10^{-6}/°K, ce qui correspond avec un oscillateur utilisant cette sonde et fonctionnant à 100 MHz à une sensibilité de 3 KHz/°K . L'ancien programme donne $\alpha_f^{(1)} = 31.10^{-6}$/°K ; le coefficient est sensiblement le même, les angles θ et Ψ sont un peu différents.

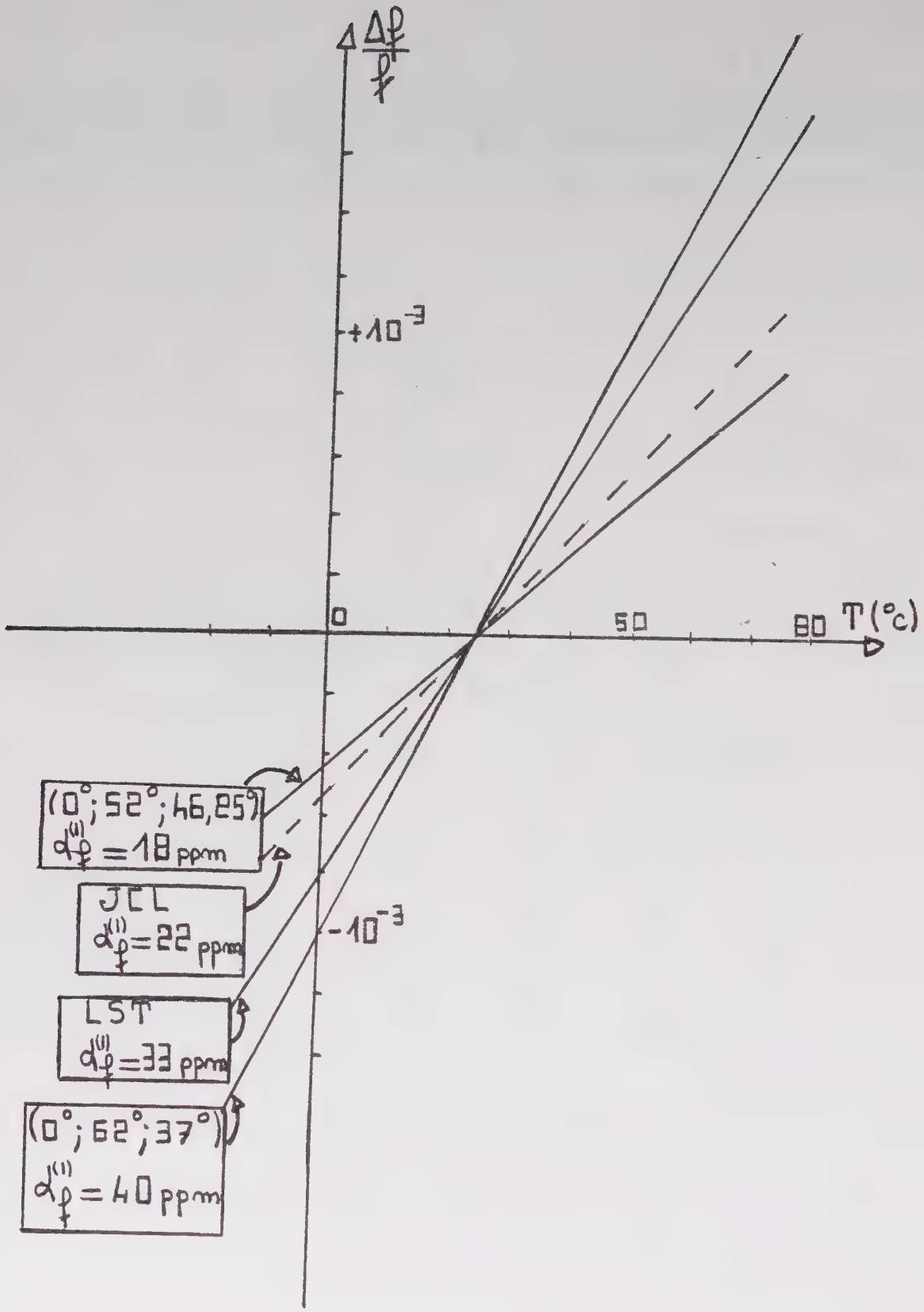


Fig. 1.3.2.

Coupes linéaires

Caractéristique fréquence-température

I.3.b) Coupe JCL et utilisation en capteur de température

La coupe (0° ; 42,1° ; 39°) appelée JCL est remarquable (fig. 1.1.1), en effet :

- l'angle Φ' est presque nul ; c'est un mode pur ; il y a stabilité
- le coefficient de couplage est au maximum (9.10^{-4})
- le coefficient en température du 2e ordre est nul
- le coefficient en température du 1er ordre est le plus élevé des coupes (0° ; 42,1° ; Ψ) (22 ppm)

La coupe LST présente une meilleure sensibilité mais elle est plus difficile à tailler puisque $\Phi \neq 0$, le coefficient de couplage est moins bon, l'angle Φ' est non nul.

Le tableau ci-dessous permet de comparer les deux coupes linéaires :

Φ (°)	Θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	Φ' (°)	$\alpha_f^{(1)}$ 10^{-6}/°K	$\alpha_f^{(2)}$ 10^{-9}/°K²	coupe
11,3	59,4	35,25	3355,7	3357,2	$8,9\ 10^{-4}$	3,5	33	0	LST
0	42,1	39	3271,8	3275,3	$21,3\ 10^{-4}$	0	22	0	JCL

La coupe JCL sera appliquée aux capteurs de température, sa stabilité est bonne, sa sensibilité acceptable (2 KHz/°K) et son coût est modéré puisqu'il suffit de déposer les peignes à 39° sur la surface d'une coupe de quartz prévue pour une orientation ST.

Sur la figure 1.3.1, A représente les variations de $\alpha_f^{(1)}$ en fonction de Ψ lorsqu'on utilise les valeurs proposées par Warner [0] ($\alpha_e^{(1)}$). Ainsi la courbe passe beaucoup plus haut que l'autre (B), si bien que la coupe JCL présente alors une sensibilité de 36 10^{-6}/°K, ce qui ne coïncide pas avec la réalité ; ceci nous a amené à revoir les coefficients.

Il est également intéressant de juger l'influence de la piézoélectricité sur cette coupe. Les résultats sont les suivants :

coupe JCL unité	V_o m/s	V_s m/s	K^2	Φ' (°)	$\alpha_f^{(1)}$ 10^{-6}/°K	$\alpha_f^{(2)}$ 10^{-9}/°K²
avec piézo.	3271,8	3275,3	$21,3\ 10^{-4}$	0	21,7	0
sans piézo.	3276,1	3276,1	0	0,6	23,9	2,5

En utilisant la méthode de dérivation à la fois au 1er et 2e ordre moins précise, $\alpha_f^{(2)} = -13\ 10^{-9}/°K^2$, ce qui ne fait pas apparaître la particularité de la coupe JCL.

I.3.c) Coupes du type (0,θ,Ψ)

Nous recherchons parmi les coupes (0,θ,Ψ) celles qui présentent les mêmes particularités que la coupe JCL (cf. fig. 1.2.3 et 1.2.4). Ainsi pour θ = 42,10°, les courbes de variations de $\alpha_f^{(2)}$ en fonction de Ψ (Ψ ∈ [0°,90°]) coupent une fois l'axe, pour θ > 42,10° il existe deux points d'intersection et pour θ < 42,10°, $\alpha_f^{(2)}$ ne s'annule jamais.

Résultats :

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm	$\alpha_f^{(2)}$ 10^{-9}/°K²	Φ' (°)	coupe
0	52	37,5	3308,7	3312,1	$20,9\ 10^{-4}$	30,6	0	0,4	
0	52	46,25	3323,5	3325,8	$13,7\ 10^{-4}$	17,9	0	- 6,9	
0	62	37	3369,3	3372,6	$19,2\ 10^{-4}$	40,4	0	0,1	
0	62	46,5	3353,4	3354,1	$14,1\ 10^{-4}$	27,3	0	- 0,3	

Pour Φ = 0, θ > 42,10°, il existe deux valeurs de Ψ (Ψ_1 et Ψ_2) qui annulent $\alpha_f^{(2)}$ (fig. 1.2.4). Cependant les résultats sont meilleurs pour $\Psi = \Psi_1$ ($\Psi_1 < \Psi_2$) puisque $\alpha_f^{(1)}$ et K^2 sont plus élevés de 50% que pour $\Psi = \Psi_2$ et Φ' est plus faible.

Les caractéristiques fréquence-température des coupes linéaires décrites ci-dessus sont présentées fig. 1.3.2.

II - NIOBATE DE LITHIUM [18]

Résultats :

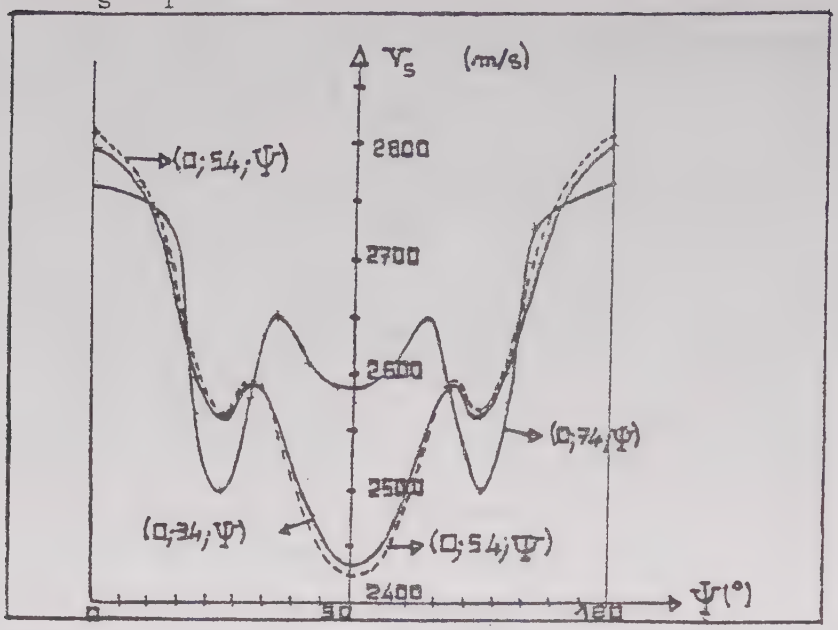
Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm
0	-48,5	0	3888,0	4004,0	$579\ 10^{-4}$	-71,7
0	-48,5	90	3623,4	3660,2	$201\ 10^{-4}$	-85,7
0	+48,5	0	3576,0	3576,0	0	-94,9
0	-16	90	3409,4	3507,3	$558\ 10^{-4}$	-92,8
-90	0	117,7	3317,7	3398,0	$472\ 10^{-4}$	-83,4
0	0	68,2	3368,5	3429,9	$358\ 10^{-4}$	-88,3
0	-90	90	3859,2	3905,0	$234\ 10^{-4}$	-75,5
0	0	90	3403,7	3491,3	$501\ 10^{-4}$	-91,5

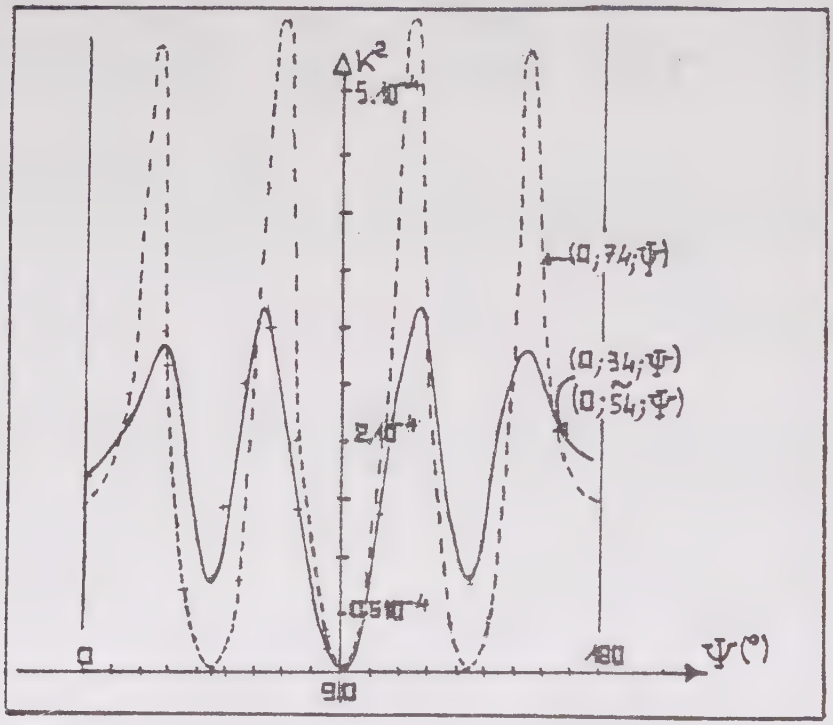
Le coefficient $\alpha_f^{(2)}$ n'est pas calculé puisque les coefficients de température des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques du 2e ordre ne sont pas connues.

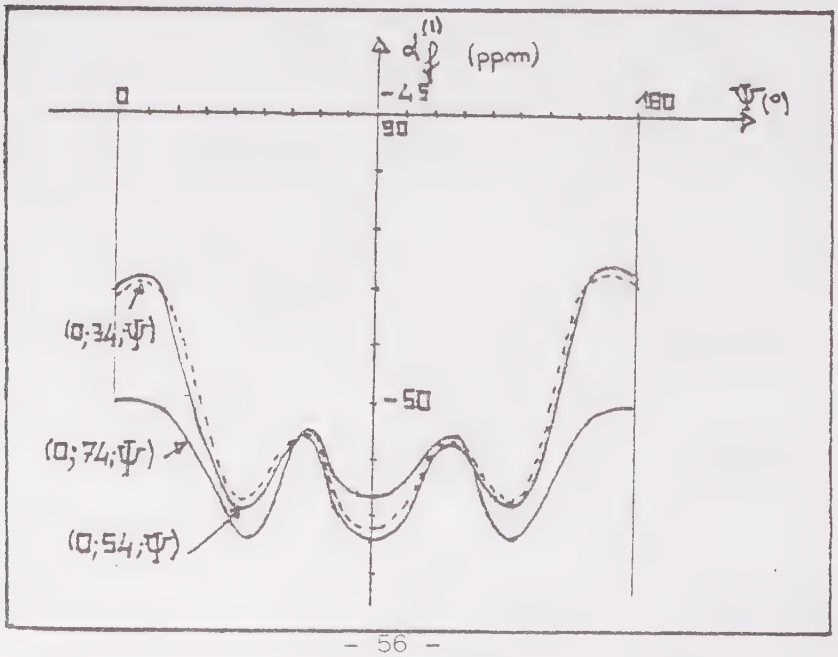
Le coefficient de couplage K^2 est dix fois supérieur à celui du quartz ; ceci s'explique par l'effet piézoélectrique puisque les constantes rapportées aux axes cristallins $\alpha_{eij}^{(1)}$ sont nettement plus importantes que celles du quartz (Annexe J-1). Les coefficients en températures sont très élevés, le plus faible étant celui de la coupe (0° ; -48,5° ; 0°) égal à -72 ppm. Un tel matériau semble intéressant pour réaliser une sonde de température de bonne sensibilité (2 à 3 fois meilleure que le quartz). Pour une même structure de transducteurs que ceux du quartz, la fréquence d'un oscillateur construit avec une telle ligne est plus élevée.

Fig. 3.1

K^2, V_s, $\alpha_f^{(1)} = g(\Psi)$ Coupes (0, θ, Ψ), AsGa







III - ARSENIURE DE GALLIUM

L'évolution des paramètres V_s, K^2, $\alpha_f^{(1)}$ en fonction de l'angle Ψ est reportée figure 3.1.

Exemple d'une série $(0,\theta,\Psi)$; $\theta = 54°$:

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	$\alpha_f^{(1)}$ ppm
0	54	0	2807,8	2807,8	$0,17\ 10^{-4}$	-48,1
0	54	15	2763,9	2764,2	$2,20\ 10^{-4}$	-48,1
0	54	30	2646,2	2646,6	$2,66\ 10^{-4}$	-50,2
0	54	50	2581,9	2582,1	$1,39\ 10^{-4}$	-51,8
0	54	60	2575,0	2575,5	$3,34\ 10^{-4}$	-50,8
0	54	75	2467,0	2467,2	$1,45\ 10^{-4}$	-51,2

Le coefficient de couplage est dix fois inférieur à celui du quartz (cf. annexe J-1). La vitesse de l'onde est plus faible que pour le quartz en moyenne, donc à technologie égale la fréquence d'un oscillateur à l'arséniure de gallium sera plus faible. Le coefficient de température est 60% plus élevé que pour le quartz (-50 ppm). L'arséniure de gallium présente donc un grand intérêt pour les sondes de température, d'autant plus que c'est un milieu semiconducteur qui pourra ainsi permettre une intégration de tout l'oscillateur.

Dans un précédent chapitre, nous avons étudié les cas de dégénérescence et ils sont relativement nombreux pour ce matériau. Nous reportons ici certains de ces exemples importants puisque jusqu'ici ils ont été traités par différents laboratoires seulement de façon expérimentale. Comme nous l'avons remarqué le coefficient de couplage est faible et nous recherchons les coupes les plus piézoélectriques. Celles-ci appartiennent aux cas dégénérés suivants :

- (001) <1,1,0> (notation cristalline correspondant à (90°;0°;45°) par la convention internationale IEEE)
- (110) <0,0,1> notée (45° ; 0° ; 90°)
- (-45° ; 35,26° ; 30°)

(Tab. 3.2) Valeurs des paramètres de l'onde dans deux cas particuliers (AsGa)

	$(\Phi, \Theta, \Psi) = (0, 0, 0)$				$(\Phi, \Theta, \Psi) = (90, 0, 45)$			
V_0	2717.6				2861.2			
$n_2^{(1)}$	0 + 0.575 i				0.430 + 0			
$n_2^{(2)}$	− 0.561 + 0.401 i				− 0.481 + 0.497 i			
$n_2^{(3)}$	0 + 1.013 i				0 + 1.014 i			
$n_2^{(4)}$	+ 0.561 + 0.401 i				+ 0.481 + 0.497 i			
	$U_{01}^{(m)}$	$U_{02}^{(m)}$	$U_{03}^{(m)}$	$\Phi_0^{(m)}$	$U_{01}^{(m)}$	$U_{02}^{(m)}$	$U_{03}^{(m)}$	$\Phi_0^{(m)}$
$m=1$	0	0	$(-12.1+15.7i)10^{10}$	$(4.4+3.4i)10^{10}$	0	0	9.5	0
$m=2$	0.01	$(0.01+0.04i)$	0	0	1	$(1.2+0.7i)$	0	$(0.08-0.24i)10^{10}$
$m=3$			$(-5.3-2.1i)10^{10}$	$(26.1-66.6i)10^{10}$	1	$(0+0.8i)$	0	$(0+16.7i)\,10^{10}$
$m=4$	0.01	$(-0.01+0.04i)$	0	0	1	$(-1.2+0.7i)$	0	$(-0.08-0.24i)10^{10}$
$A_0^{(1)}$	0				0			
$A_0^{(2)}$	433.1 + 706.9 i				− 1315.4 − 715.0 i			
$A_0^{(3)}$	0				0			
$A_0^{(4)}$	− 808.3 + 182.3 i				+ 1287.0 − 759.1 i			
Φ'	0				0			
V_s	2717.6				2862.4			
$n_2^{(1)}$	0 + 0.575 i				0.431 + 0 i			
$n_2^{(2)}$	+ 0.561 + 0.401 i				− 0.482 + 0.496 i			
$n_2^{(3)}$	0 + 1.013 i				0 + 1.014 i			
$n_2^{(4)}$	− 0.561 + 0.401 i				+ 0.482 + 0.496 i			
	$U_{01}^{(m)}$	$U_{02}^{(m)}$	$U_{03}^{(m)}$	$\Phi_0^{(m)}$	$U_{01}^{(m)}$	$U_{02}^{(m)}$	$U_{03}^{(m)}$	$\Phi_0^{(m)}$
$m=1$	0	0	$(-12.1+15.7i)$	$(4.4+3.4i)10^{10}$	0	0	9.5	0
$m=2$	0.01	$(-0.01+0.04i)$	0	0	1	$(1.2+0.7i)$	0	$(0.08-0.24i)10^{10}$
$m=3$	0	0	$(-5.3-2.1i)$	$(26.1-66.6i)10^{10}$	1	0.8 i	0	$(16.7i)\,10^{10}$
$m=4$	0.01	$(0.01+0.04i)$	0	0	1	$(-1.2+0.7i)$	0	$(-0.08-0.24i)10^{10}$
$A_0^{(1)}$	0				0			
$A_0^{(2)}$	$(1718.4 - 370.2\,i)$				$(-1276.4 - 716.1\,i)$			
$A_0^{(3)}$	0				0			
$A_0^{(4)}$	$(-904.2 - 1508.5\,i)$				$(1276.4 - 716.1\,i)$			
Φ'	0				0			
$\alpha_\lambda^{(1)}$	$-105\ 10^{-6}$	$\alpha^{(1)}_{Re(n_2(3))}$	$-12.8\ 10^{-6}$					
$\alpha^{(1)}_{Re(n_2(1))}$	$-14.7\ 10^{-6}$	$\alpha^{(1)}_{Im(n_2(3))}$	$-16.2\ 10^{-6}$					
$\alpha^{(1)}_{Im(n_2(1))}$	$6.3\ 10^{-6}$	$\alpha^{(1)}_{Re(n_2(4))}$	$8.3\ 10^{-6}$					
$\alpha^{(1)}_{Re(n_2(2))}$	$10.1\ 10^{-6}$	$\alpha^{(1)}_{Im(n_2(4))}$	$-10.7\ 10^{-6}$					
$\alpha^{(1)}_{Im(n_2(2))}$	$0.3\ 10^{-6}$							
$\alpha_\ell^{(1)}$	$5.3\ 10^{-6}$				$5.3\ 10^{-6}$			
$\alpha_v^{(1)}$	$-44.5\ 10^{-6}$				$-44.5\ 10^{-6}$			
$\alpha_\varepsilon^{(1)}$	$-15.9\ 10^{-6}$				$-15.9\ 10^{-6}$			
$\alpha_\xi^{(1)}$	$-49.8\ 10^{-6}$				$-49.8\ 10^{-6}$			
K^2	0				$8.5\ 10^{-4}$			

Résultats : [6]

Φ (°)	θ (°)	Ψ (°)	V_o m/s	V_s m/s	K^2	Φ' (°)	$\alpha_f^{(1)}$ ppm
0	0	0	2717,6	2717,6	0	0	- 49,8
90	0	45	2861,2	2862,4	$8,6\ 10^{-4}$	0	- 49,8
45	0	90	2817,6	2818,0	$2,5\ 10^{-4}$	0	- 48,0
-45	35,26	0	2424,0	2424,0	0	0	- 52,2
-45	35,26	30	2600,7	2601,1	$2,7\ 10^{-4}$	0	- 50,3

Le tableau (3.2) illustre ces cas particuliers :

lorsqu'un coefficient d'atténuation a la partie imaginaire nulle

(90, 0, 45) (dégénérescence type b a,b = 2,4)

ou lorsque deux coefficients d'atténuation ont même partie imaginaire mais une partie réelle opposée

(0, 0, 0) (dégénérescence type a m = 1)

Remarque :

L'arséniure de gallium est faiblement piézoélectrique et $n_2^{(r)} \sim i$ pour r = 3. C'est la 4e racine qui se rajoute au cas élastique pur.

E

MESURE DES COEFFICIENTS DE TEMPERATURE STATIQUES

Ligne à retard

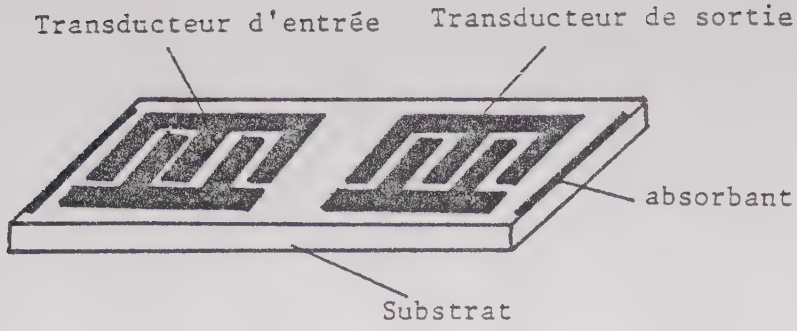


Fig. 1.1.1

Fig. 1.1.2

Fig. 1.1.3

I - OSCILLATEUR A LIGNE A RETARD

I.1 - Principe d'une ligne à retard [8]

Les ondes de Rayleigh sont engendrées et détectées pour les substrats piézoélectriques au moyen de transducteurs interdigités déposés sur la surface de propagation (fig. 1.1.1 ; 1.1.2). Un tel dispositif appelé aussi ligne à retard se comporte d'un point de vue électrique comme un quadripôle passif dont la fréquence de synchronisme se situe pour une même technologie vers 80 MHz pour l'arséniure de gallium, 90 MHz pour le quartz et 100 MHz pour le niobate de lithium. La mesure de cette fréquence effectuée à l'aide d'un analyseur de réseau permet de calculer la valeur de la vitesse de l'onde.

Il faut remarquer que la vitesse est une caractéristique propre de l'onde qui se propage. Elle est reliée à la fréquence par la distance séparant deux dents consécutives au même potentiel des transducteurs. La relation est la suivante

$$\boxed{f = \frac{V}{4d}} \qquad (47)$$

d : largeur d'une dent
intervalle entre deux dents consécutives

$\lambda = 4d$: longueur d'onde

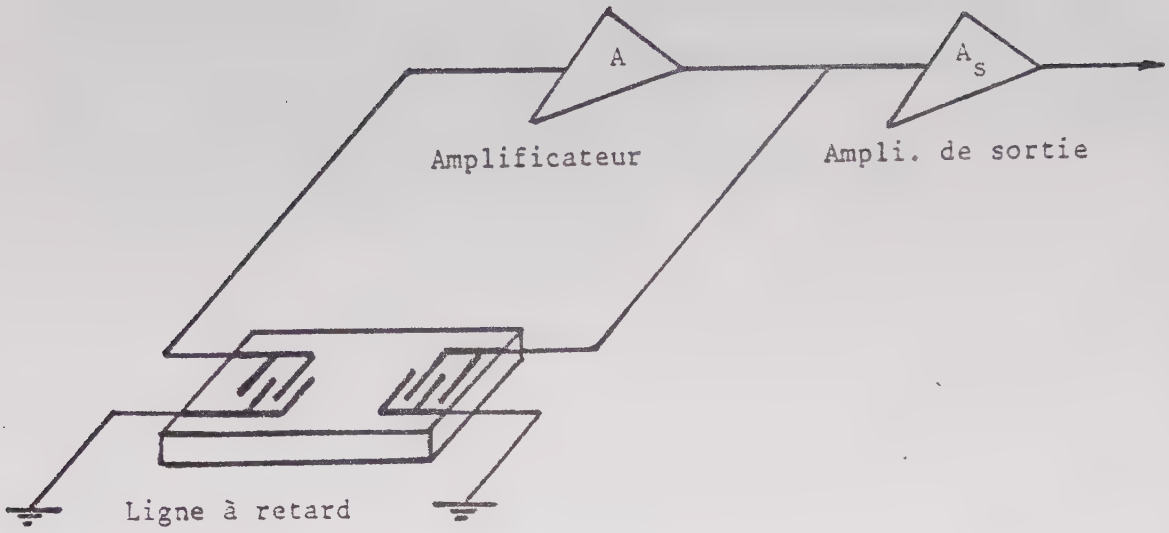
V représente soit la vitesse de l'onde lorsque le milieu adjacent est le vide soit la vitesse lorsque l'espace entre transducteurs d'entrée et de sortie est recouvert d'un film mince métallique.

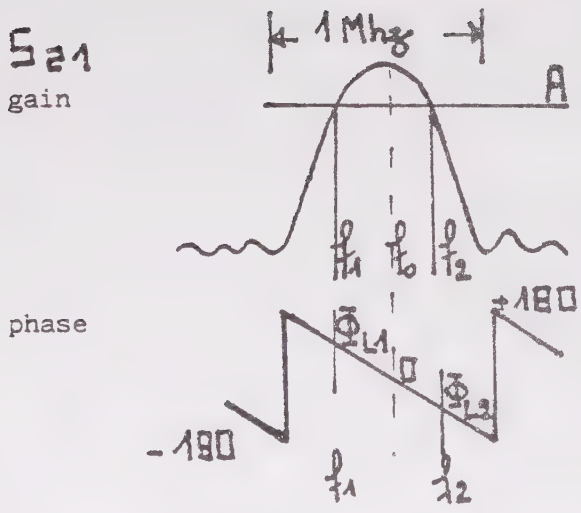
Les contraintes technologiques sont les suivantes :

- les transducteurs doivent être éloignés d'au moins 0,3 mm des bords de la plaquette.
- pour que l'oscillateur à ligne à retard soit monomode, il faut que la longueur d'un des peignes interdigités soit égale à la distance de leur centre [7].
- afin d'augmenter la stabilité, la distance entre les deux transducteurs doit être la plus élevée possible. Celle-ci est proportionnelle au coefficient de surtension $Q = \pi f_o \tau$, où f_o est la fréquence de synchronisme et τ est le retard de la ligne.

Oscillateur à ligne à retard

Fig. 1.2.1





condition sur le gain

$$f \in [f_{L1} ; f_{L2}]$$

$$\Downarrow$$

$$\Phi_L \in [\Phi_{L1} ; \Phi_{L2}]$$

Fig. 1.3.1

I.2 - Adaptation

Un analyseur de réseau permet l'accès aux paramètres de dispersion du quadripôle. S_{11} et S_{22}, représentent respectivement les coefficients de réflexion dans le plan d'entrée, la sortie étant adaptée et dans le plan de sortie, l'entrée étant adaptée. S_{12} et S_{21} (fig. 1.1.3) sont les coefficients de transmission inverse et directe. La puissance transmise P_T est reliée à la puissance indidente P_I par le coefficient de réflexion : $P_T = P_I (1 - \rho^2)$ et est maximale lorsque ce coefficient est nul ; il y a alors adaptation et l'impédance vue à l'entrée et à la sortie du quadripôle est de 50 Ω.

La fréquence est le paramètre le plus accessible à l'expérience et nous étudions la caractéristique fréquence-température de l'oscillateur formé par un amplificateur bouclé sur une ligne à retard (fig. 1.2.1).

I.3 - Conditions d'oscillation

Les conditions d'oscillation sont remplies si :

- le gain A de l'amplificateur est suffisant pour compenser l'atténuation de la ligne et les pertes d'insertion diverses de la boucle.

Condition de gain (fig. 1.3.1)

$$A > \underbrace{P_L}_{\text{atténuation de la ligne}} + \underbrace{P}_{\text{pertes diverses}} \qquad (48)$$

- la condition de phase suivante est satisfaite :

$$\Phi_A + \Phi_L + \Phi_F = 2 k \pi \qquad (49)$$

Φ_A : déphasage de l'amplificateur

Φ_L : déphasage de la ligne

Φ_F : déphasage des fils reliant l'amplificateur à la ligne et des connexions.

Oscillateur à ligne à retard

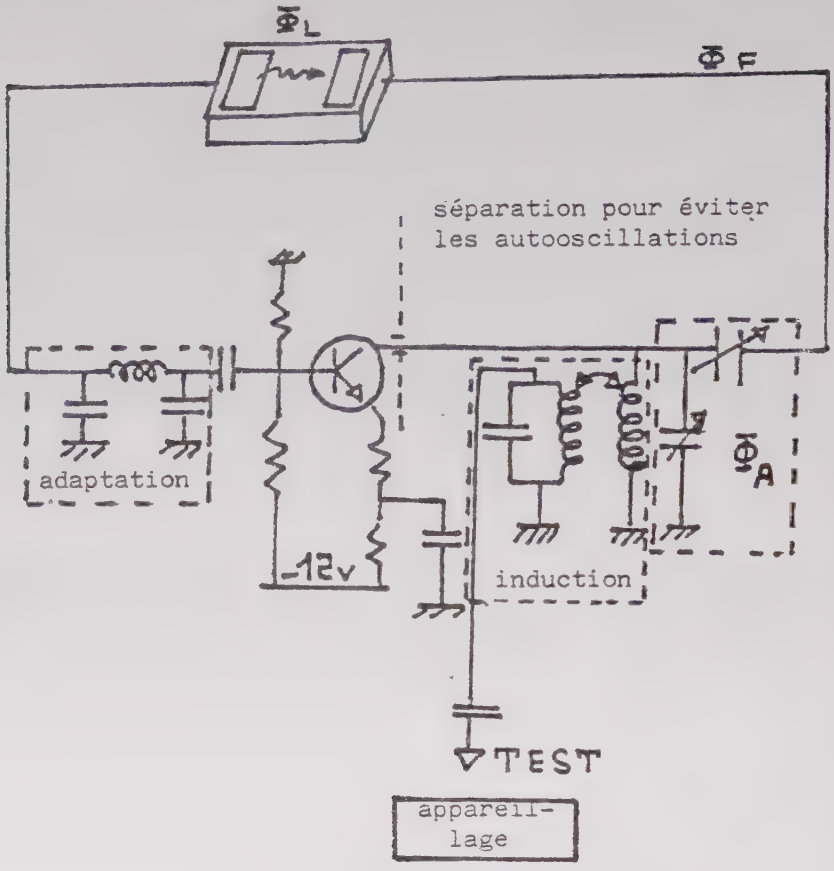


Fig. 1.4.1

Amplificateur A

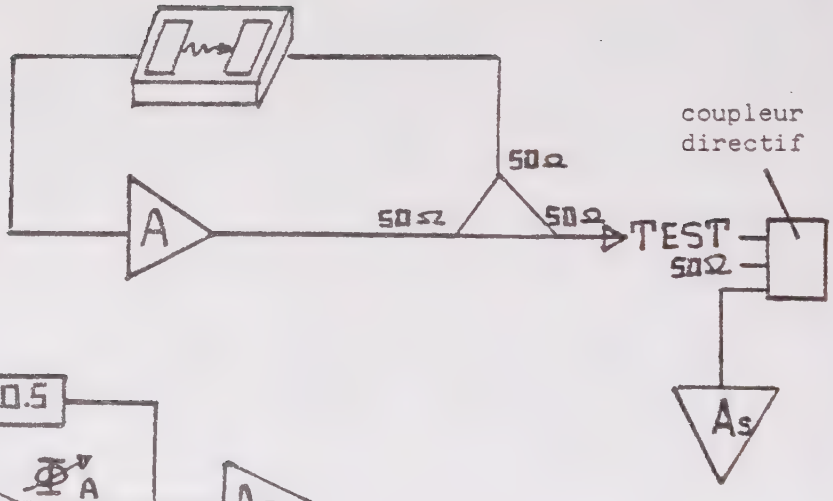


Fig. 1.4.2

amplificateur
sélectif

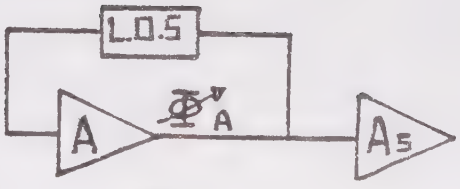
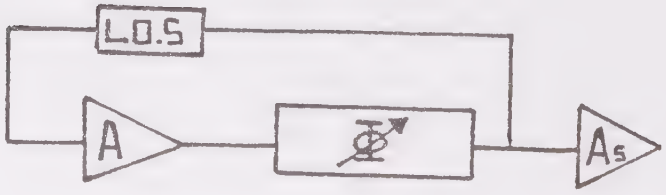


Fig. 1.4.3

amplificateur
large bande



I.4 - Amplification

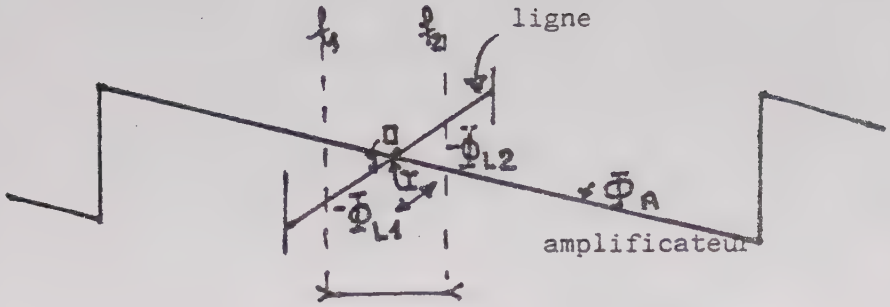
L'amplification se fait de la façon suivante : un transistor fonctionne en contre-réaction série d'émetteur ; le gain est diminué mais la bande passante augmente, ce qui stabilise le dispositif en évitant les auto-oscillations (fig. 1.4.1). L'adaptation se fait à l'entrée par un montage en π (limité à L et C car avec une résistance on perdrait de la puissance). A la sortie, un système de condensateurs variables permet d'ajuster le déphasage Φ_A de l'amplificateur de façon que la condition de phase soit satisfaite (Φ_L, Φ_f sont imposés par la technologie. Φ_A est le seul paramètre variable). Le circuit résonnant ainsi réalisé détermine la fréquence d'oscillation. L'inductance du circuit primaire induit un signal dans un circuit bouchon, ce qui permet ainsi de "capter" l'information sans perte de puissance, ce qui n'est pas négligeable notamment lorsque le gain de l'amplificateur compense sans excès les pertes.

En toute rigueur, l'entrée et la sortie de l'amplificateur doivent être adaptées à 50 Ω afin de diminuer les réflexions, les pertes de signal et la formation d'ondes stationnaires dans les fils reliant l'amplificateur à la ligne. La ligne à retard ne présente en réalité pas 50 Ω en entrée et sortie. Ceci peut être corrigé également par une adaptation ; mais cette opération amène plus d'inconvénients que d'avantages. Lorsque le cristal est utilisé en sonde de température, l'encombrement du dispositif doit être réduit au minimum et d'autre part les variations de fréquence doivent être dues aux fluctuations de température du substrat seul et non aux variations des valeurs des condensateurs et des inductances d'adaptation.

Une autre solution consiste à capter directement le signal par dérivation. Mais ceci n'est possible que si le gain de l'amplificateur compense largement l'atténuation de la ligne sinon la condition de gain ne sera plus remplie puisqu'il y a perte d'une partie du signal. D'autre part, il faut utiliser un triangle d'adaptation qui a la particularité de présenter 50 Ω sur chacune de ses sorties (fig. 1.4.2).

L'amplificateur A est sélectif (B.P $\sim$ 10 MHz). Ainsi la pente de la courbe de phase est élevée, ce qui permet de satisfaire facilement la condition de phase. En effet, si on utilise un amplificateur large bande, la pente de phase est faible, il n'y a pas toujours intersection avec la courbe de phase de la ligne et il faut introduire un déphaseur (fig. 1.4.3, 1.4.4). Par ailleurs, dans ce

1) Amplificateur sélectif

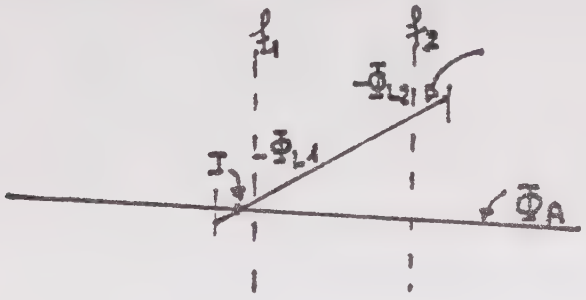


zone d'intersection pour satisfaire
la condition de gain

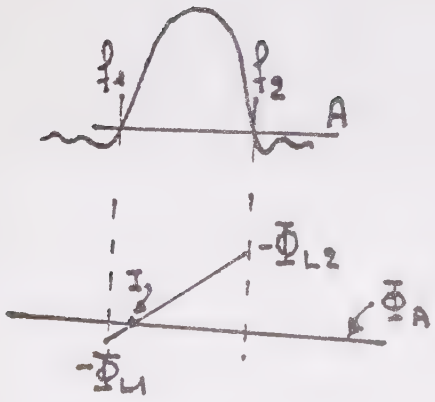
Condition de phase

On peut modifier Φ_A pour ramener le point I d'intersection à la fréquence f_o pour laquelle le gain de S_{21} est maximal

2) Amplificateur large bande



la pente de phase de l'amplificateur est faible. L'intersection I n'est plus dans la zone où la condition de gain est satisfaite.



solution a

Utiliser un amplificateur à gain A élevé ce qui élargit la bande $[f_1 ; f_2]$ admissible.

solution b

Utiliser un déphaseur pour ramener I dans la zone $[f_1 ; f_2]$.

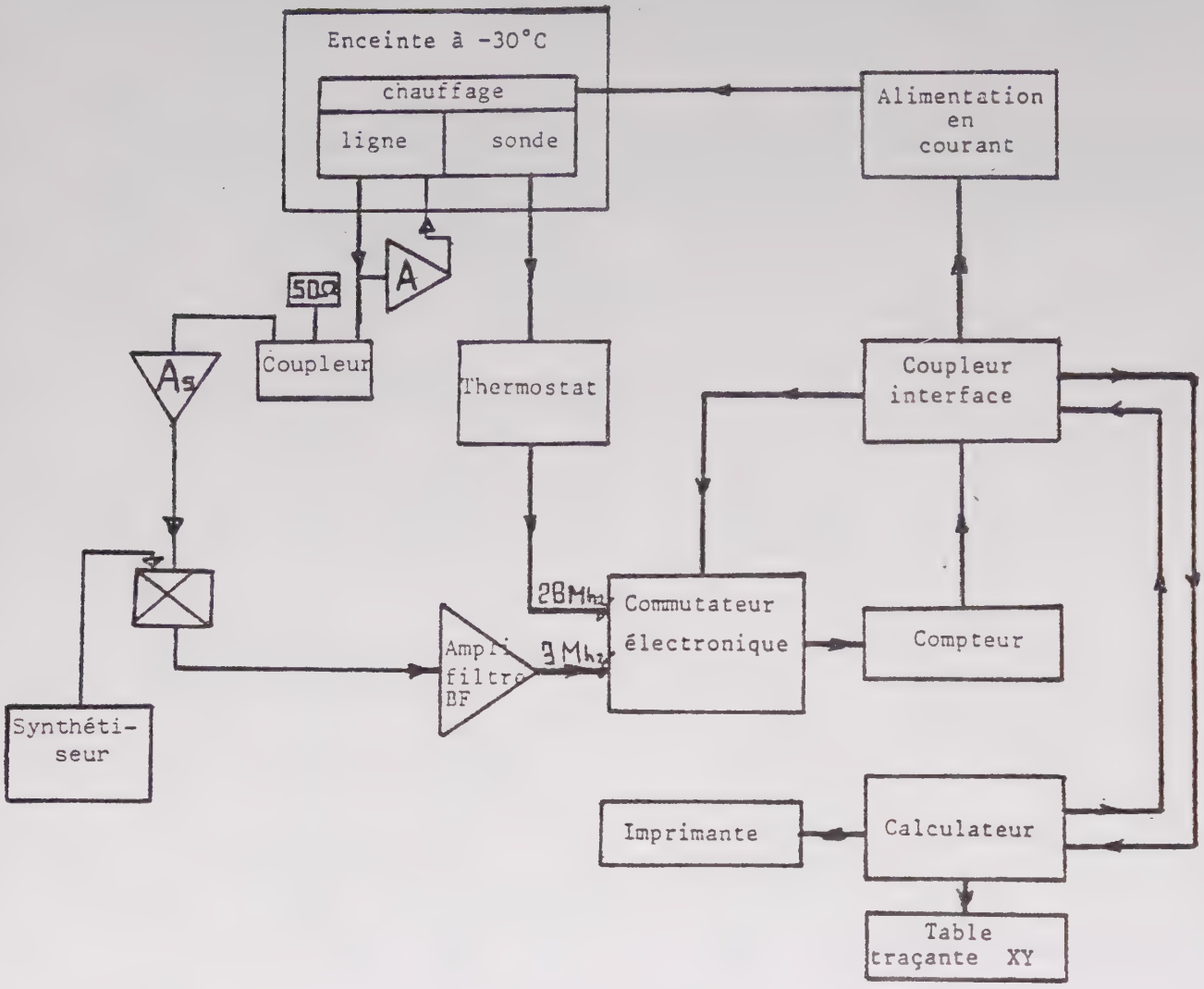
Fig. 1.4.4

dernier cas, l'influence des variations de phase de l'amplificateur devient négligeable et l'oscillateur jouit ainsi de propriétés de stabilité remarquables.

Afin de mesurer réellement la caractéristique fréquence-température du cristal seul, l'amplificateur est placé dans un thermostat.

Fig. 2.1

Dispositif de mesure de la caractéristique fréquence-température



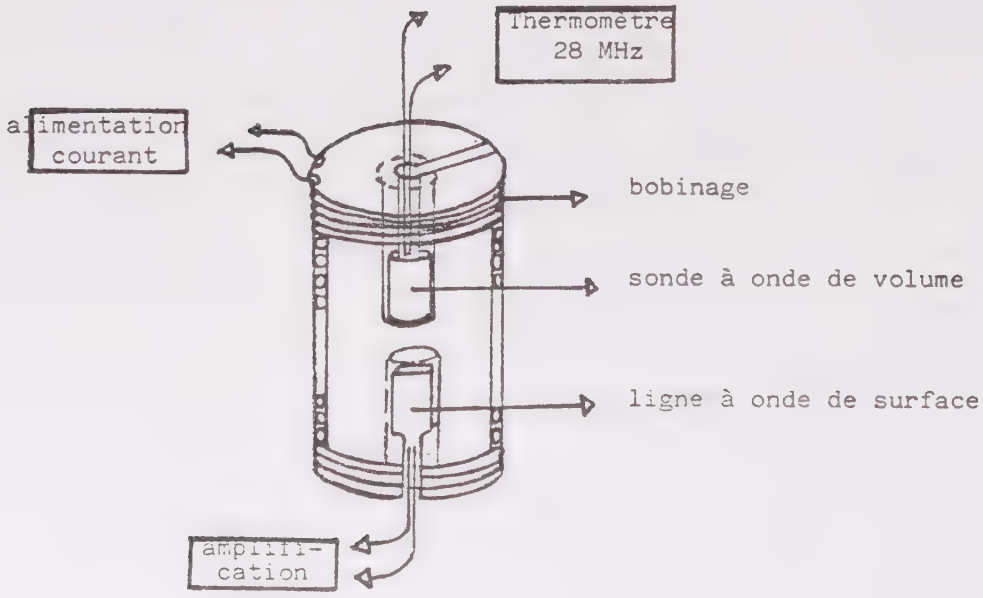


Fig. 2.2

Enceinte thermique

II - VARIATIONS DE FREQUENCE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

II.1 - Montage expérimental

Le processus est décrit (fig. 2.1, 2.2). La ligne à retard est placée dans une enceinte constituée d'un cylindre métallique chauffé au moyen d'un enroulement résistif bobiné sur toute sa surface latérale. Une sonde thermométrique à onde de volume (coupe LC linéaire) située également dans l'enceinte de façon symétrique permet de mesurer à chaque instant la valeur de la température à l'intérieur du boîtier. Un commutateur électronique détecte alternativement la fréquence de la ligne à onde de surface et celle de la sonde. Un calculateur convertit les informations sur une table traçante. Le signal délivré par l'oscillateur à onde de surface est comparé avec celui d'un synthétiseur affichant une fréquence décalée avec celui-ci d'environ 3 MHz. Nous enregistrons la caractéristique fréquence-température de -30°C à +90°C en faisant varier T infiniment lentement.

II.2 - Coefficients de température expérimentaux pour un substrat de quartz

Résultats :

coupe	$\tilde{\alpha}_f^{(1)}$ $10^{-6}/°K$	$\tilde{\alpha}_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	T_i °C	$\tilde{V}_s$ m/s	$f_{o\,exp}$ MHz	λ_{exp} µm
ST (0 ; 42,5 ; 0)	- 3	- 40	-12,5	3154	87,6	36,0
ST (0 ; 42,3 ; 0)	- 1,2	- 40	10	3157	87,7	36,0
FST1 (6,34 ; -41,5 ; 25,5)	- 2	- 31	-6	3586	99,6	36,0
FST2 (6,34 ; -41,5 ; 25)	- 0,4	- 31	19	3589	99,7	36,0
AT (0 ; 35,25 ; 0)	2,4	- 33	61	3146	87,5	36,0
LST (-Ψ) (11,4 ; 59,4 ; -35)	6	- 40	100	3289	95,6	34,4
JCL (0 ; 42,1 ; 39)	18	0		3271	95,1	34,4
LST (11,4 ; 59,4 ; 35)	25	0		3347	97,3	34,4
JST1	- 1,3	- 15	-20	3261	94,8	34,4

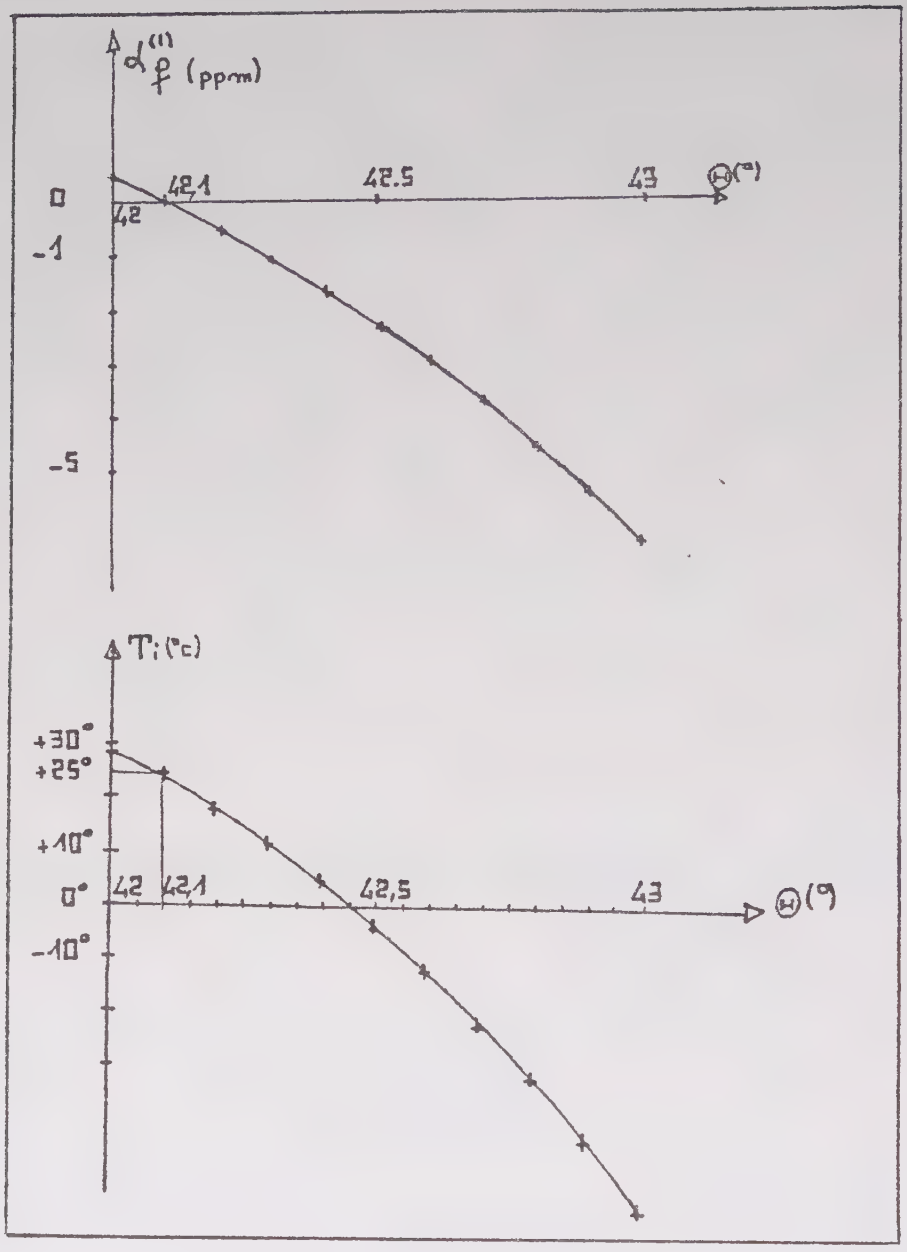


Fig. 2.3

Coupe ST - Influence du coefficient de température de la fréquence $\alpha_f^{(1)}$ sur la température d'inversion T_i

$\tilde{\alpha}_f^{(1)}$, $\tilde{\alpha}_f^{(2)}$, $\tilde{V}_s$, f_o, λ désignent les paramètres expérimentaux et T_i représente la température d'inversion dans le cas où le coefficient en température d'ordre 2 sur la fréquence $\tilde{\alpha}_f^{(2)}$ n'est pas nul. En ce point, la caractéristique $\Delta f/f_o$ présente une tangente nulle et

$$T_i = T_o - \frac{\tilde{\alpha}_f^{(1)}}{2\tilde{\alpha}_f^{(2)}} \qquad (50)$$

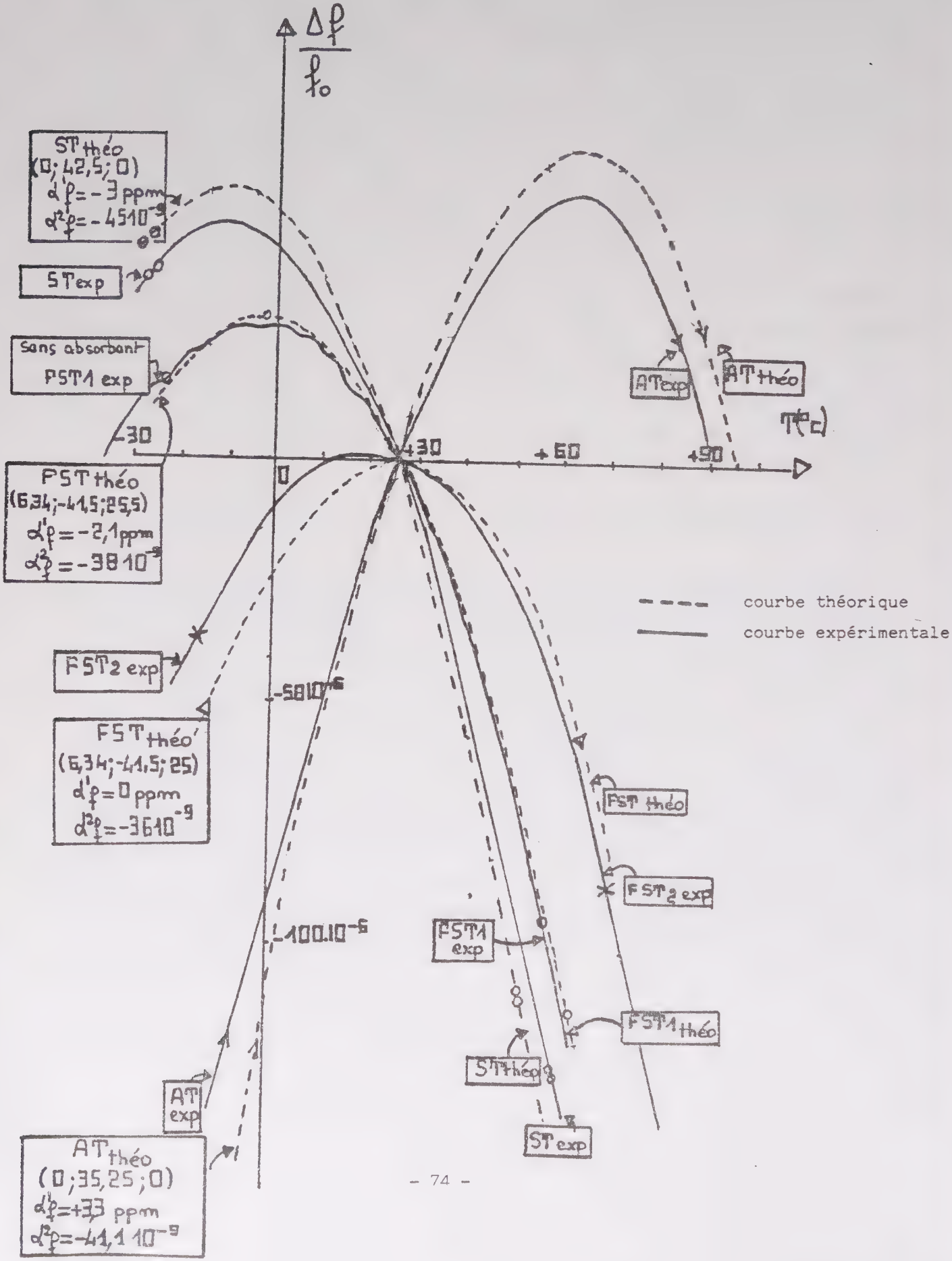
Nous avons tracé l'évolution du point d'inversion et du coefficient $\alpha_f^{(1)}$ en fonction de l'angle θ tout en restant au voisinage de la coupe ST caractérisée par $\alpha_f^{(1)}$ nul. Nous remarquons que les deux courbes sont homothétiques et qu'une fluctuation de 1° sur θ fait passer $\alpha_f^{(1)}$ de 0 à -6 ppm alors que le point d'inversion varie de +30°C à -60°C (fig. 2.3). Pour la coupe FST, on note le même phénomène par rapport à l'angle Ψ. Ceci explique la dispersion de ces deux coupes dont les angles sont connus à quelques dizièmes de degré près. Ainsi, avec un nombre limité de plaquettes de quartz, il est assez difficile d'obtenir exactement les coupes qui ont une température d'inversion de 25°C.

Certaines courbes théoriques et expérimentales sont reportées (fig. 2.4, 2.5).

Les résultats expérimentaux de $\alpha_f^{(1)}$ et $\alpha_f^{(2)}$ coïncident avec ceux annoncés théoriquement avec une précision de 10% à 20%. La vitesse expérimentale est en moyenne inférieure de 10 m/s à celle calculée et la précision relative est de 0,3%. $\tilde{\alpha}_f^{(1)}$, $\tilde{\alpha}_f^{(2)}$ sont en valeur absolue inférieurs aux valeurs calculées d'environ 15%. La différence observée est due au fait que les constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques du modèle sont connues à 20% près. La surface active de la ligne à retard supporte une légère métallisation pour les transducteurs et leur alimentation (la vitesse expérimentale est plus proche de V_o que de V_s). L'autre face est fixée à un boîtier par l'intermédiaire d'une colle souple lorsqu'on veut éviter les contraintes mécaniques parasites, d'une colle à l'argent lorsqu'on veut favoriser les échanges thermiques entre le cristal et son boîtier ; le substrat subit les fluctuations thermiques avec un léger retard.

Fig. 2.4

Comparaison des caractéristiques fréquence-température théoriques et expérimentales



II.3 - Coefficients de température pour l'arséniure de gallium et le niobate de lithium

II.3.a) Intérêt de ces matériaux pour la réalisation d'un capteur de température et technologie

Nous avons observé par la théorie que les coefficients thermiques d'ordre un sur la fréquence de ces matériaux sont élevés. Pour cette raison, ils seront utilisés pour leur grande sensibilité en capteurs de température. Cependant certains coefficients du deuxième ordre sont encore inconnus, ce qui ne permet pas de juger la linéarité de tels dispositifs. Ainsi les mesures expérimentales viennent en complément. Pour des raisons de prix de revient les dimensions des lignes à retard doivent être réduites ce qui nous amène travailler à fréquence plus élevée, par exemple f_o = 300 MHz. Ceci est intéressant car pour une utilisation en thermomètre la sensibilité est accrue. D'autre part le coefficient en température d'ordre un du niobate de lithium est en moyenne trois fois plus élevé que celui du quartz, ainsi en opérant à 300 MHz nous gagnons un facteur dix sur la sensibilité du thermomètre.

Dans le commerce ne sont disponibles que les coupes suivantes :

(90, 0, Ψ) AsGa

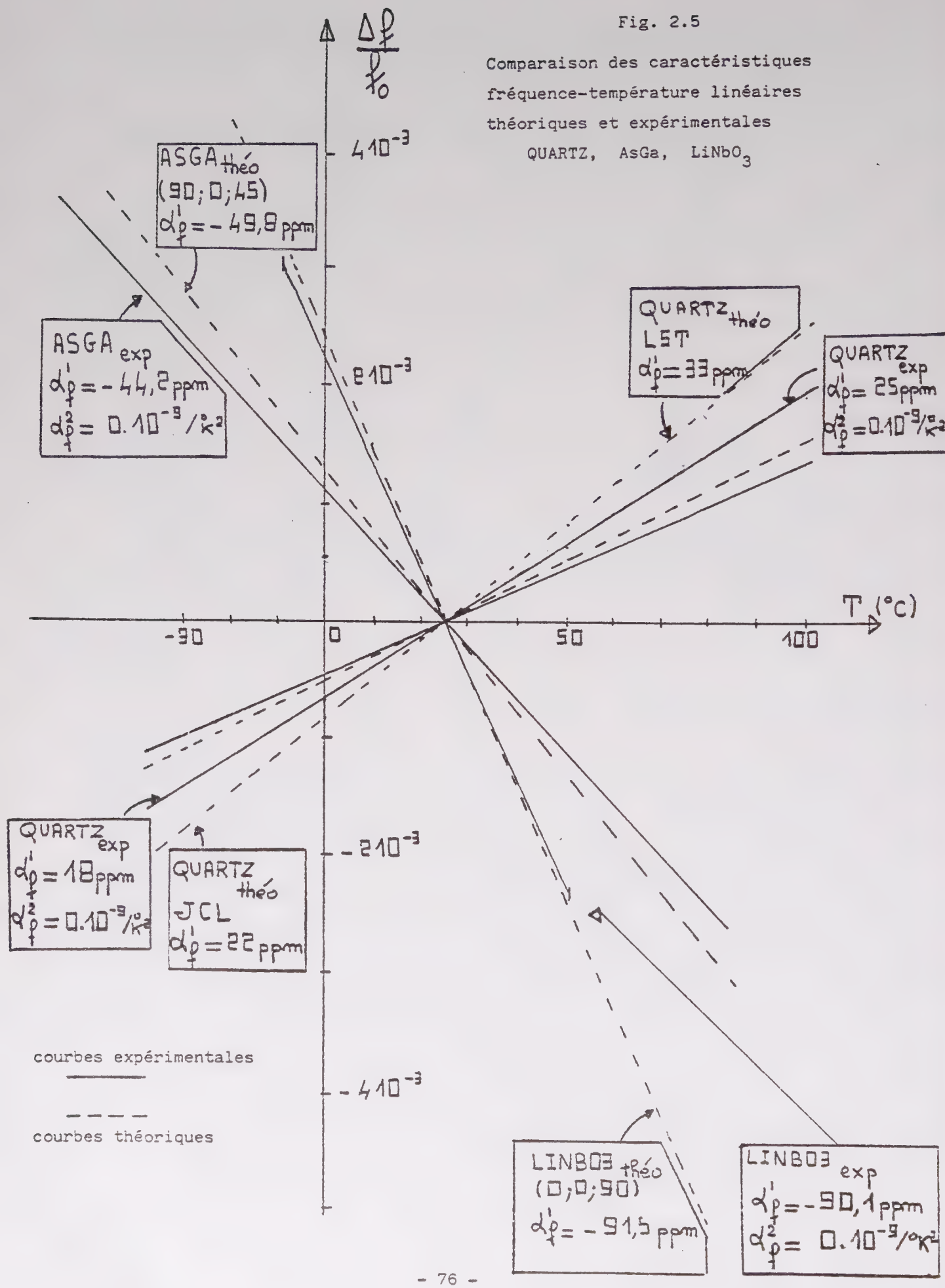
(0, 0, Ψ) ; (0, -90, Ψ) $LiNbO_3$

Elles se présentent sous forme de plaques d'environ 5 cm x 5 cm. Le plan de clivage est repéré. Pour l'arséniure de gallium, les bords de la plaque ont déjà la direction Ψ = 45° et pour le niobate de lithium Ψ = 90°. Ceci permet d'obtenir respectivement les coupes (90, 0, 45), (0, 0, 90), (0, -90, 90) en alignant les transducteurs parallèlement aux bords. Ces plaques sont très chères, elles ne sont pas prédécoupées sinon le prix est multiplié par trois (1 200 F). Un montage mécanique permet de tailler le cristal aux dimensions voulues à l'aide d'une pointe de diamant. L'épaisseur est faible (0,4 mm) ce qui ne facilite pas la manipulation. Des essais chimiques doivent être réalisés afin d'enlever une partie de la couche d'aluminium déposée à la surface du substrat sans modifier les caractéristiques de cette surface. D'autre part, pour des orientations de Ψ différentes de celles précisées plus haut, le cristal se casse de façon tout à fait aléatoire.

Fig. 2.5

Comparaison des caractéristiques fréquence-température linéaires théoriques et expérimentales

QUARTZ, AsGa, $LiNbO_3$



II.3.b) Résultats et caractéristiques fréquence-température [16]

Les caractéristiques fréquence-température pour des lignes à AsGa et $LiNbO_3$ sont reportées (fig. 2.5). Les lignes à retard à AsGa fonctionnent à f_o = 83 MHz, fréquence fixée par les masques couramment utilisés. La première ligne à AsGa réalisée au laboratoire donne de bons résultats, notamment elle présente une atténuation sans adaptation de 20 dB.

La ligne au niobate de coupe YZ [10] (filtre du commerce) présente une fréquence d'oscillation de 35 MHz et une atténuation de 32 dB. Nous avons réalisé les mesures par transmission (fig. 2.6) en asservissant sur l'harmonique 3 (105 MHz).

	coupe	valeurs expérimentales			valeurs théoriques			f_o	λ
		$\tilde{\alpha}_f^{(1)}$ $10^{-6}/°K$	$\tilde{\alpha}_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	$\tilde{V}_s$ m/s	$\alpha_f^{(1)}$ $10^{-6}/°K$	$\alpha_f^{(2)}$ $10^{-9}/°K^2$	V_s m/s	MHz	µm
AsGa	90, 0, 45	-44,2	0	2863	-49,8	-	2861	83,22	34,4
$LiNbO_3$	0, 0, 90	-90,1	0	3500	-91,5	-	3491	35	100

II.4 - Application aux capteurs de température

Conformément à la théorie, la coupe JCL est linéaire et sera utilisée comme la coupe LST pour réaliser un capteur de température (fig. 2.5). Deux points importants doivent être étudiés :

- la reproductibilité

la caractéristique fréquence-température ne doit pas dépendre du sens de variation de la température (phénomène d'hystérésis). Ceci est satisfait lorsque la température varie très lentement mais cesse de l'être pour des fluctuations rapides. Les non linéarités du cristal interviennent ; ceci sera traité dans le chapitre concernant les effets dynamiques.

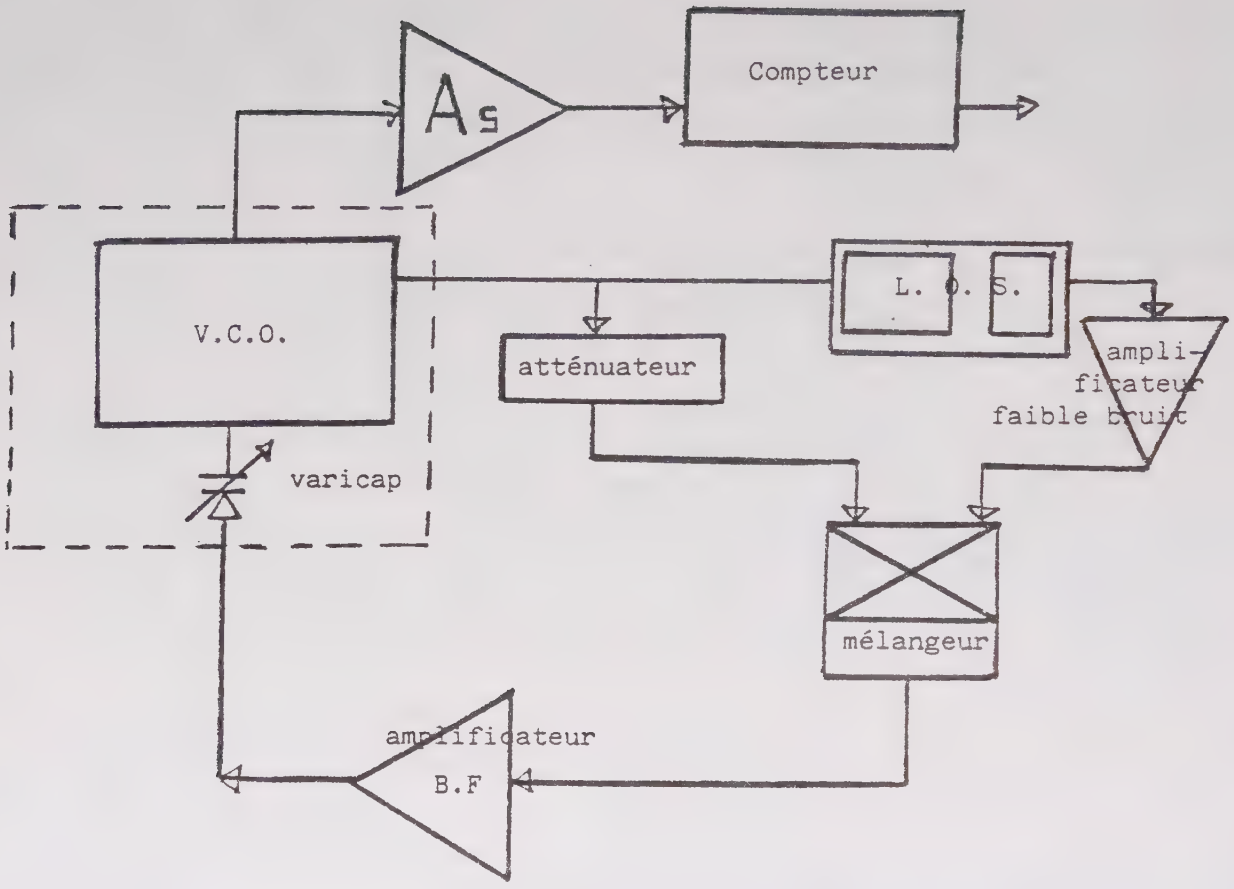

As
Compteur
V.C.O.
L. O. S.
atténuateur
ampli-
ficateur
faible bruit
varicap
mélangeur
amplificateur
B.F

Fig. 2.6

- la stabilité

la stabilité à court terme intervient sur la précision de la résolution du thermomètre.

la stabilité à long terme qui se manifeste par une dérive que l'on appelle vieillissement du cristal dépendra du "passé" du quartz.

Ceci n'est pas gênant si nous utilisons le thermomètre pour faire des mesures relatives sur un temps assez court. Le thermomètre devra réagir rapidement et présenter une bonne résolution.

II.5 - Mesure de stabilité

Nous travaillons en boucle fermée en asservissant en phase un synthétiseur (fig. 2.7). Un mélangeur fonctionnant dans la partie linéaire compare le signal issu du synthétiseur avec celui provenant de l'oscillateur. Un signal d'erreur corrige immédiatement la fréquence du synthétiseur lorsque l'autre voie varie. Le signal asservi arrive sur un compteur couplé à une calculatrice. La sonde est placée dans une enceinte d'isolement.

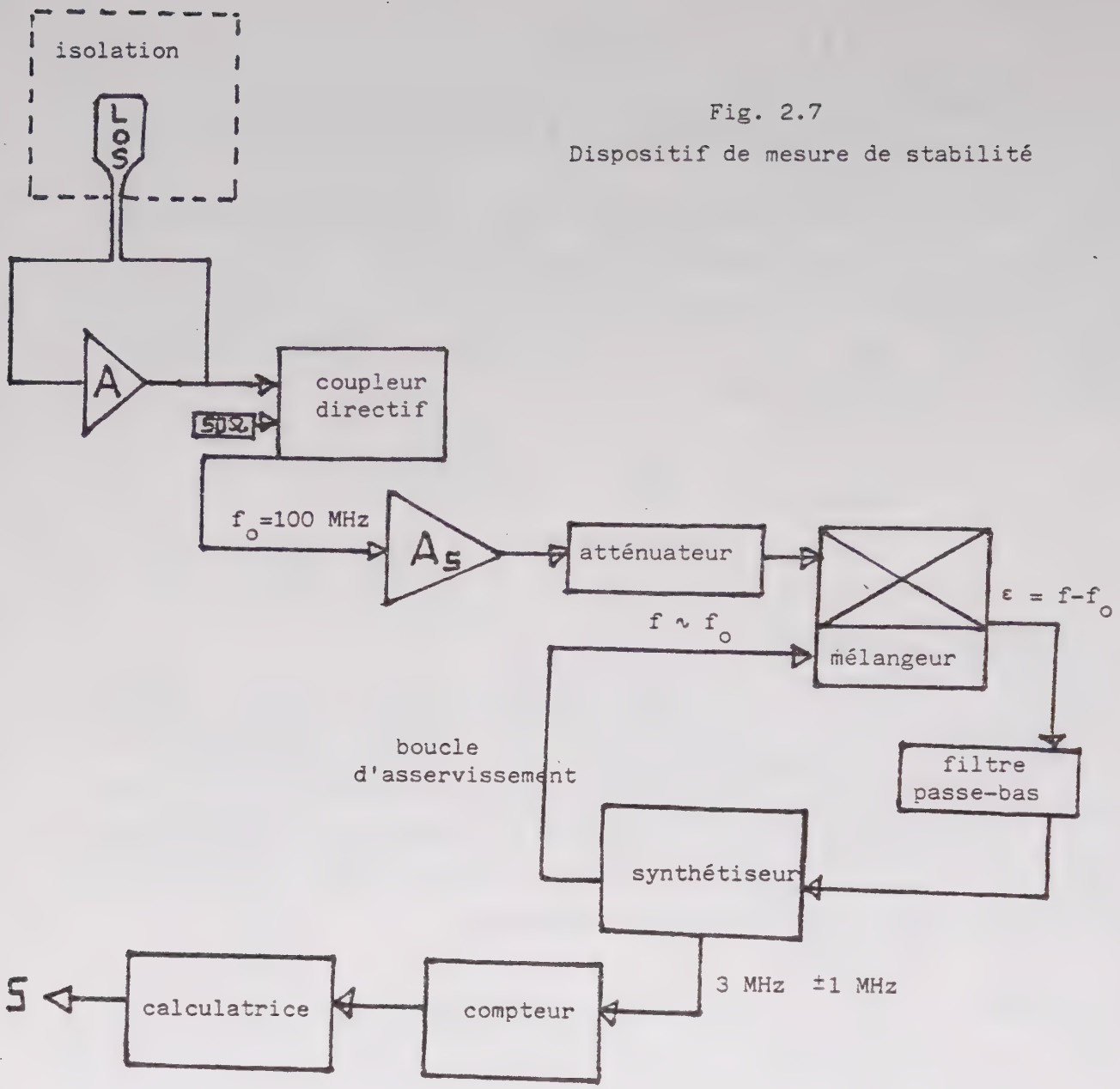
Le comptage se fait de la façon suivante : une période τ de 0,1 s, 1 s, 10 s, 100 s, 1 000 s est choisie. Le signal est échantillonné sur cette période (N = 30 échantillons) et la fréquence est prise en compte pour les i échantillons, i = 1, N (fig. 2.8). La mesure de stabilité se fait par la variance d'Allan.

Résultats :

τ (s)	$\Delta f/f$
0,1	$2,23\ 10^{-9}$
1	$2,15\ 10^{-9}$
10	$6,79\ 10^{-9}$
100	$3,49\ 10^{-8}$
1 000	$2,00\ 10^{-7}$

Fig. 2.7

Dispositif de mesure de stabilité



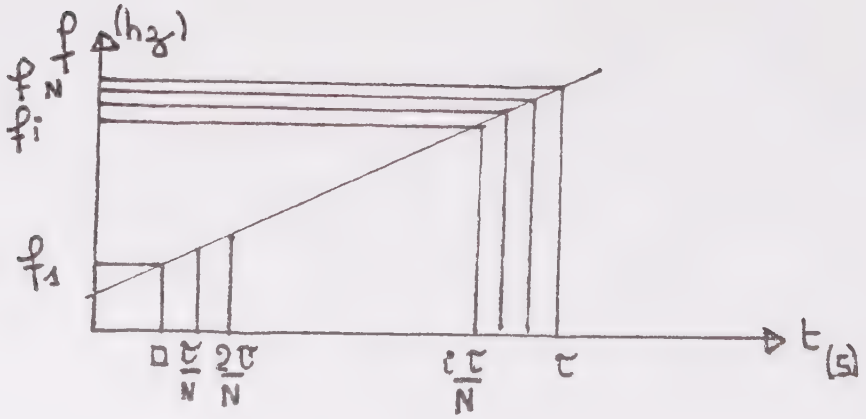


Fig. 2.8

Echantillonnage

Interprétation

La courbe de stabilité est plate jusqu'à 2 s (bruit en 1/f de modulation interne à la boucle d'oscillation) puis augmente en $\sqrt{\tau}$ (fig. 2.9). Ceci est caractéristique d'une dérive thermique. En effet, la sonde est placée dans une enceinte isolée mais s'il existe de petites fluctuations de température, contrairement à un thermostat, il n'y a pas de correction. La stabilité est de $2\ 10^{-9}$ sur 1 seconde à 100 MHz, ce qui conduit à une incertitude sur la valeur de la fréquence égale à 0,2 Hz et donc à une résolution meilleure que 0,0001°C.

Fig. 2.9

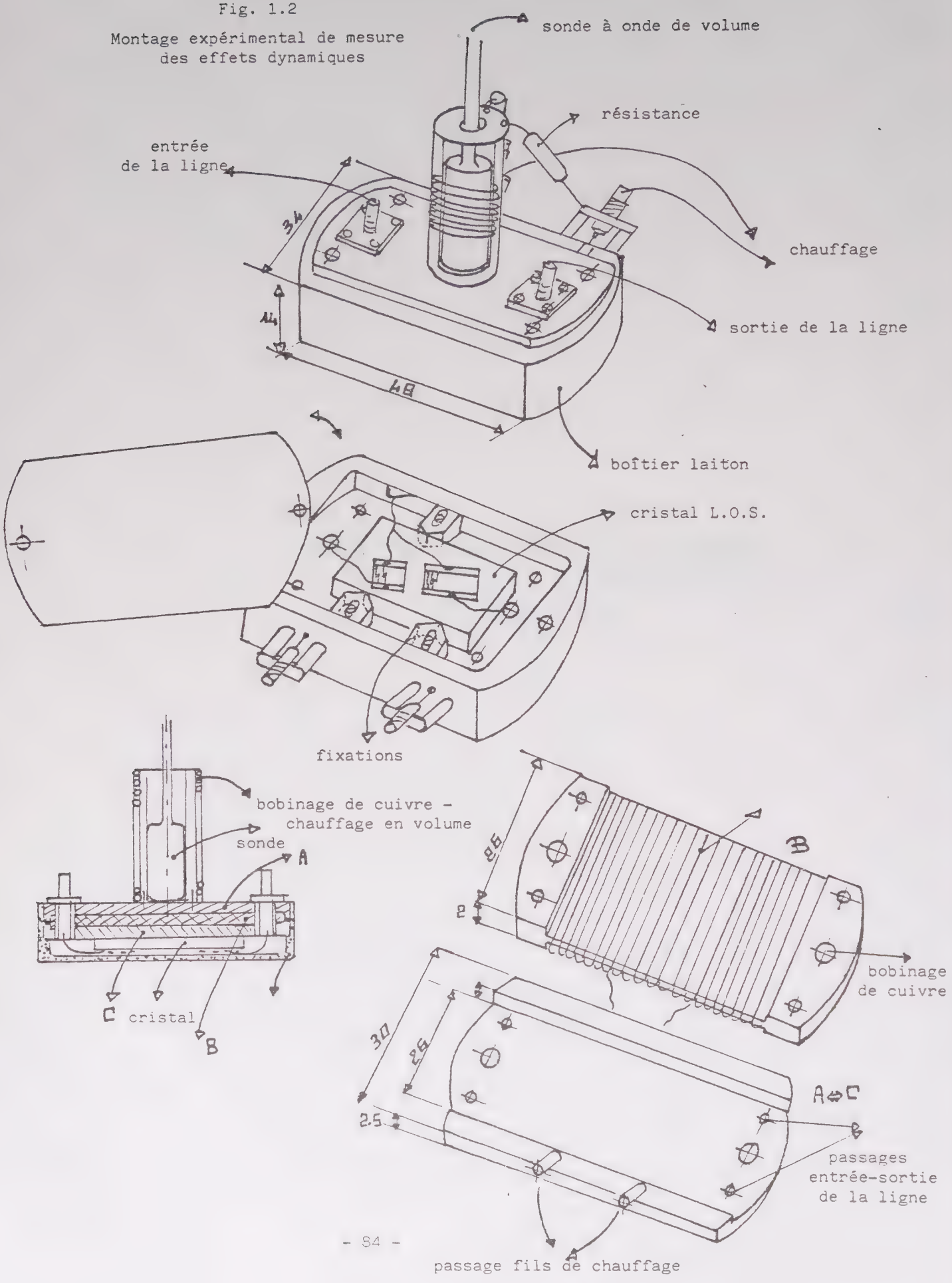
Evolution de la stabilité d'une ligne à onde de surface

F

MESURE DU COEFFICIENT DYNAMIQUE DE TEMPERATURE

Fig. 1.2

Montage expérimental de mesure des effets dynamiques



Il est possible d'évaluer les effets dynamiques expérimentalement[13], [17]. Le principe est le suivant : la température appliquée au cristal varie sinusoïdalement avec le temps autour d'un point de fonctionnement. Nous enregistrons la variation de fréquence correspondante. Un cycle d'hystérésis apparaît à la place de la caractéristique statique..

I - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La prise de température se fait ici encore avec une sonde à onde de volume. La fréquence affichée est directement proportionnelle à la température. Nous n'avons pas conservé l'ancien montage car les variations effectives de température étaient captées par le cristal avec un temps de retard non négligeable ; ceci ne présente pas d'inconvénient pour la mesure statique, puisque les informations sont prises en compte quand la température est stabilisée. Dans le cas présent il faut un système qui possède très peu d'inertie. Nous avons choisi un mode de chauffage plat. Le montage est présenté ci-contre (fig. 1.2). La ligne à onde de surface est maintenue sur une surface de laiton qui est en contact direct avec un chauffage à plat. La sonde de mesure qui doit réagir en volume est introduite dans un cylindre entouré d'un bobinage. La même tension alimente à la fois le bobinage cylindrique et l'enroulement plat. Les dimensions des parties métalliques intermédiaires qui assurent la conduction ont été calculées de façon à observer une symétrie dans le temps de parcours de la chaleur de la source de chauffage à chaque cristal.

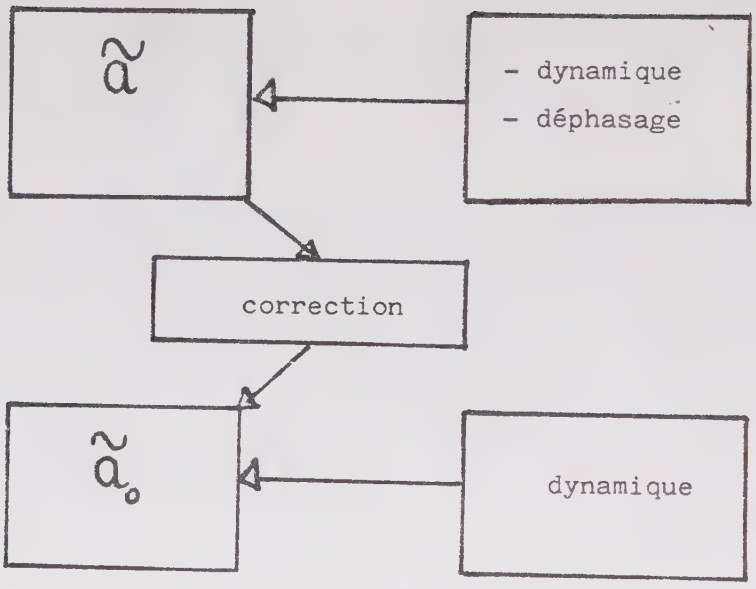

$\tilde{a}$
- dynamique
- déphasage
correction
$\tilde{a}_o$
dynamique

Fig. 2.1

II - DEPHASAGE ENTRE LA TEMPERATURE DETECTEE PAR UNE SONDE ET CELLE REELLEMENT APPLIQUEE A LA SURFACE DE LA LIGNE A RETARD

Toutes les précautions précédentes étant prises, il existe cependant un décalage entre la température réellement appliquée à la ligne à onde de surface et celle détectée au même instant par la sonde à onde de volume. Ceci est très important puisque dans l'interprétation des cycles d'hystérésis il faudra séparer ce qui vient

- des effets dynamiques
- du déphasage entre la température de la sonde et celle appliquée au cristal à mesurer (fig. 2.1).

Les courbes expérimentales donnent la fréquence de la ligne en fonction de la fréquence de la sonde donc de sa température à une homothétie près.

Il convient d'exprimer la température réelle en fonction de celle mesurée ; nous allons utiliser une méthode d'identification. Il faut remarquer qu'en statique $\overset{\sim}{\alpha}_f^{(1)}$, $\overset{\sim}{\alpha}_f^{(2)}$ ont été déterminés expérimentalement par rapport à la température de la sonde et non celle de la ligne ; mais ceci n'est pas gênant pour une variation lente. Il peut exister une translation due à l'inertie ; dans le cas d'une coupe linéaire, la pente n'est pas modifiée pour une coupe présentant un point d'inversion, il peut y avoir déplacement de ce point.

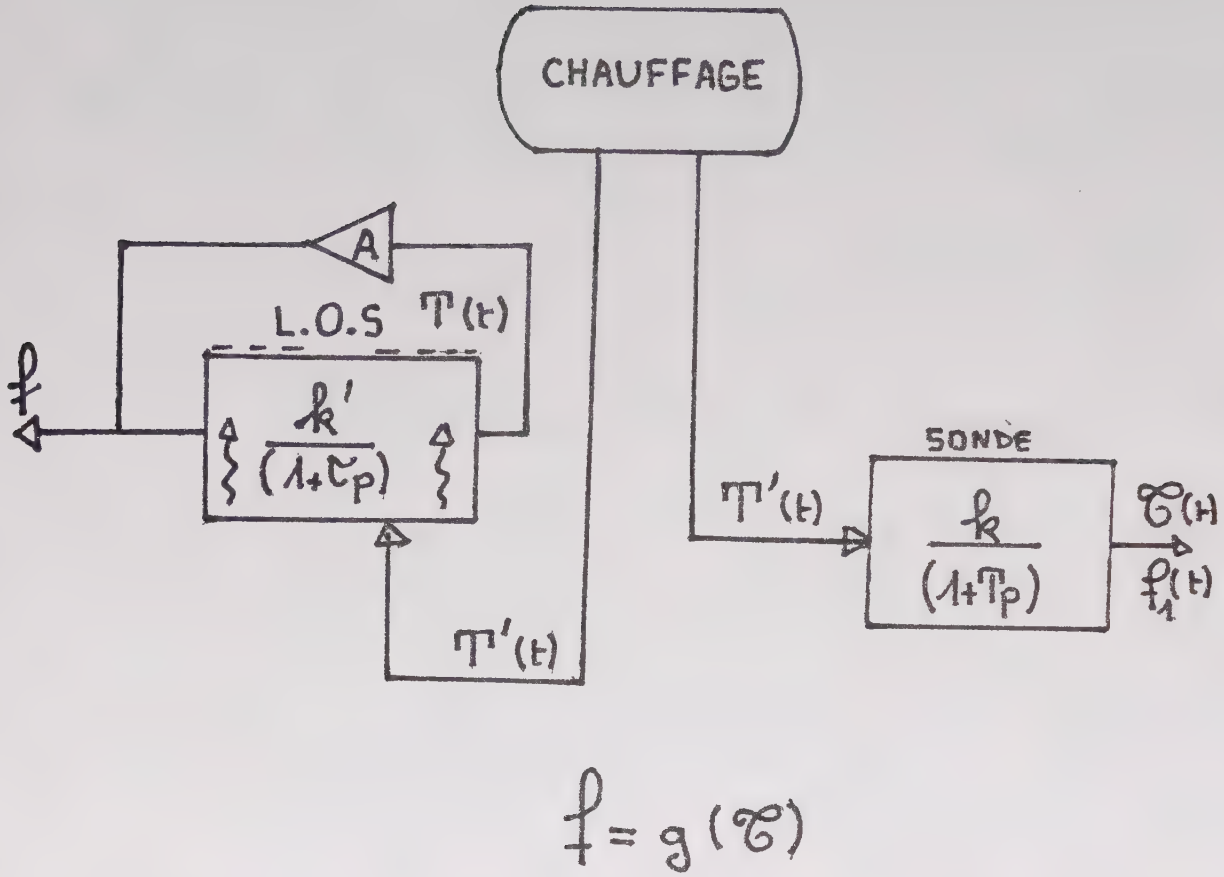
Nous identifions le dispositif expérimental (fig. 2.2). Une ligne à onde de surface ou de volume réagit à un échelon en température avec une constante de temps (τ, T). La transmittance de chacun des dispositifs est du premier ordre

sonde à onde de volume $\left(\frac{k}{1 + Tp}\right)$

p : opérateur Laplacien

sonde à onde de surface $\left(\frac{k'}{1 + \tau p}\right)$

Compte tenu de la symétrie du montage, la même température est appliquée à la ligne à onde de surface et à la sonde de température. Notons T'(t) cette valeur commune, $\mathcal{T}$(t) la température effectivement affichée par le thermomètre et T(t) la température à la surface de la ligne. Le gradient de température se traduit par le fait que la température est différente sur la surface inférieure et sur la surface active du cristal.



$$f = g(\theta)$$

Fig. 2.2

Identification d'une sonde de température

Ecrivons :

- $\mathcal{C}_o$ la température de fonctionnement détectée par la sonde à onde de volume
- $\mathcal{C}_1 = \Delta\mathcal{C}$ l'amplitude du signal sinusoïdal
- Ω la pulsation du signal sinusoïdal.

Connaissant l'évolution de la température détectée par la sonde, nous en déduisons la température T(t) appliquée à la surface de l'échantillon.

$$\boxed{\mathcal{C}(t) = \mathcal{C}_o + \mathcal{C}_1 \sin \Omega t}$$

$$T'(t) = 1/k \left(\mathcal{C}_o + \mathcal{C}_1 \left(\Omega T \cos\Omega t + \sin\Omega t\right)\right)$$

$$T(t) = k'/k \left(\frac{\mathcal{C}_o + \mathcal{C}_1 \left(\Omega(T-\tau)\cos\Omega t + (1+\Omega^2\tau T)\sin\Omega t\right)}{(1 + \Omega^2\tau^2)}\right)$$

en notant : $\boxed{\alpha(\Omega) = \text{Arc tg} \frac{\Omega(T-\tau)}{(1 + \Omega^2\tau\, T)}}$

$$\boxed{T(t) = T_o + T_1 \sin \Omega(t + \alpha(\Omega))} \qquad (52)$$

Ainsi il existe un déphasage $\alpha(\Omega)$ entre la température détectée par la sonde et celle apparaissant à la surface de la ligne.

Pour une pulsation Ω faible (la sinusoïde est décrite lentement), il vient :

$$\boxed{T(t) = [T_o + T_1 \sin \Omega(t + (T-\tau))]} \qquad (53)$$

Le signal est reproduit avec un certain retard qui dépend du temps de réponse T de la ligne à onde de volume et de celui de la ligne à onde de surface τ.

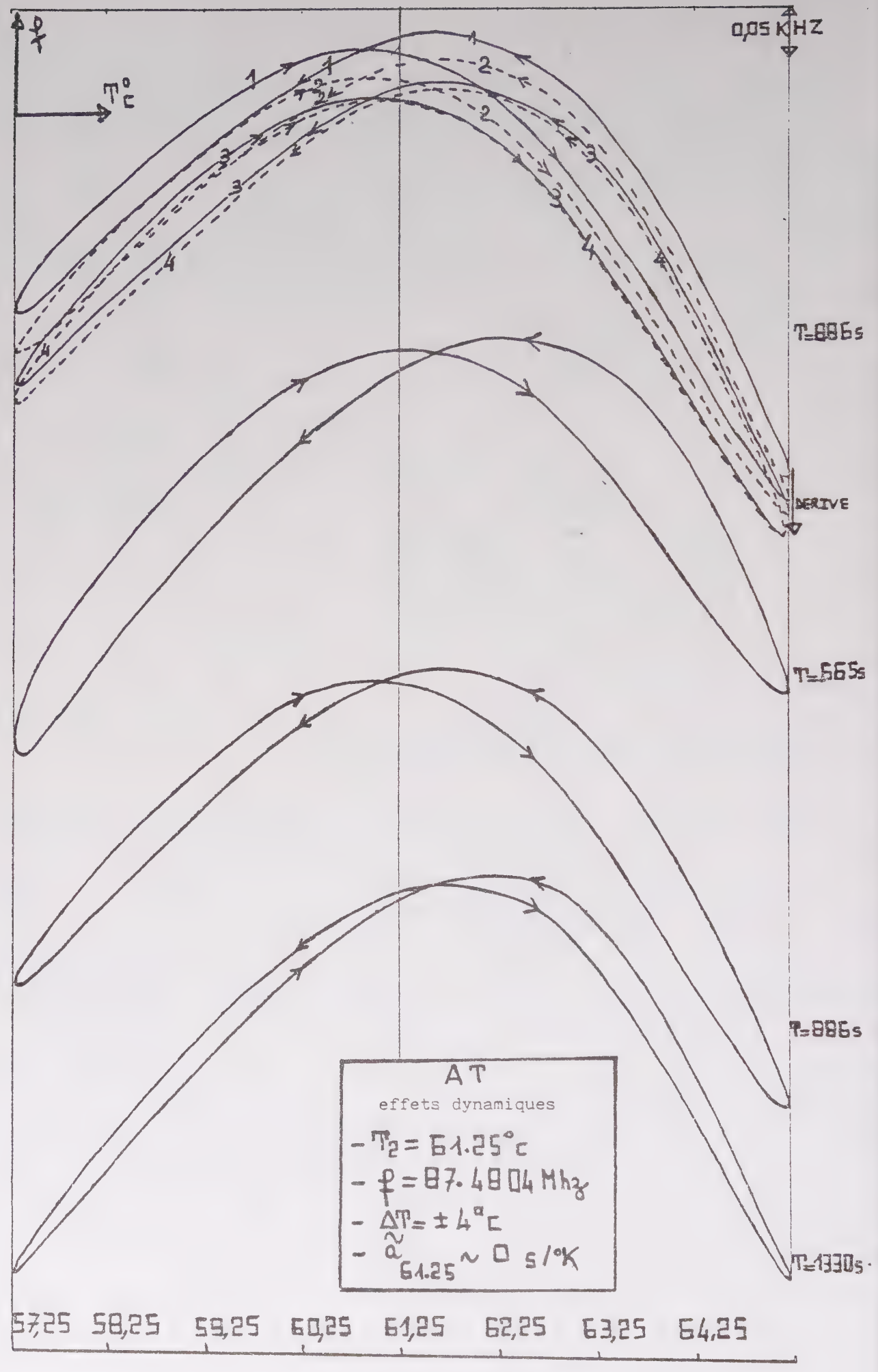

0,05 KHZ
T°C
T=886s
DERIVE
T=565s
T=886s
T=1330s
AT
effets dynamiques
- T2 = 61.25°C
- f = 87.4804 Mhz
- ΔT = ± 4°C
- α ~ 0 s/°K
61.25
57,25
58,25
59,25
60,25
61,25
62,25
63,25
64,25

Fig. 4.1

III - VARIATION RELATIVE DE FREQUENCE ET COEFFICIENT DYNAMIQUE

Nous avons établi de façon théorique la relation suivante :

$$y = \frac{\Delta f}{f_o} = F_o + \tilde{\tilde{a}} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^{(1)}_{f\,théo} (T-T_o) + \alpha^{(2)}_{f\,théo} (T-T_o)^2 + \tilde{\tilde{a}} \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (54)$$

où $\tilde{\tilde{a}}$ représente le coefficient dynamique. Par l'expérience, nous avons accès à $\mathcal{C}(t)$ température délivrée par la sonde de température. Les dispositifs de mesure des variations de la fréquence en fonction de la température sont un peu différents en statique et dynamique (mode de fixation) et dans l'étude des effets dynamiques peuvent s'ajouter de nouvelles contraintes statiques se traduisant par des termes complémentaires $\tilde{b}$, $\tilde{c}$. Ainsi nous repartons du modèle général :

$$y = \frac{\Delta f}{f_o} = F'_o + \tilde{a} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} \qquad (55)$$

où $F'_o = (\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})(\mathcal{C}-\mathcal{C}_o) + (\tilde{\alpha}^{(2)}_f + \tilde{c})(\mathcal{C}-\mathcal{C}_o)^2$

III.a) Le point de fonctionnement est la température de référence $\mathcal{C}_2$

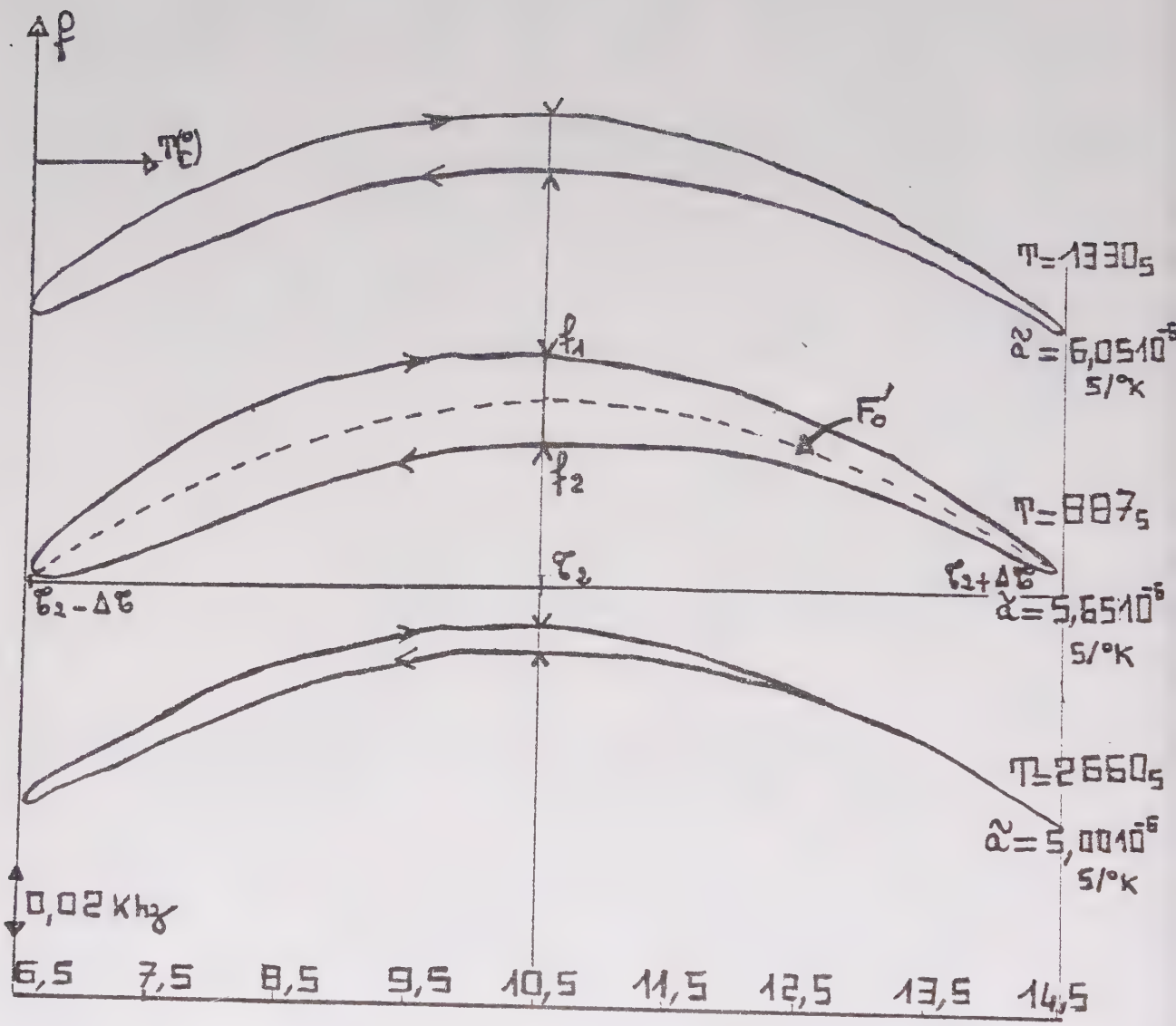
Exprimons $\mathcal{C}(t)$ en fonction de T(t).

Nous notons :

$$\begin{aligned} b_o &= (k/k')(\tilde{b} + \tilde{\alpha}^{(1)}_f)_{\mathcal{C}_o} \\ c_o &= (k/k')^2(\tilde{c} + \tilde{\alpha}^{(2)}_f)_{\mathcal{C}_o} \\ \tilde{a}_o &= [(\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} (r - T) + \tilde{a}_{\mathcal{C}_o}]\, k/k' \end{aligned} \qquad (56)$$

et la variation relative de fréquence s'écrit en fonction de la température T réellement appliquée à la surface du cristal :

$$\frac{\Delta f}{f}(T) = (T - T_o)\, b_o + (T - T_o)^2\, c_o + \tilde{a}_o \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (57)$$



ST
effets dynamiques
- $T_2 = 10,5°C$; $\Delta T = \pm 4°C$
- $f = 87,6837$ Mhz
- $\tilde{\alpha}_{10,5} = 5,6\ 10^{-6}$ s/°K

Fig. 4.2

Remarques :

- $\tilde{\alpha}^{(1)}_f$, $\tilde{\alpha}^{(2)}_f$, $\tilde{a}$, $\tilde{b}$, $\tilde{c}$ sont les valeurs expérimentales déterminées à partir des enregistrements $f(\mathcal{C})$
- $\alpha^{(1)}_{f_{théo}}$, $\alpha^{(2)}_{f_{théo}}$, $\tilde{\tilde{a}}$ sont les valeurs théoriques
- b_o, c_o, $\tilde{a}_o$ sont les valeurs expérimentales se rapportant à f(T) ; $\tilde{a}_o$ est l'effet dynamique réel et son expression dépend à la fois de $\tilde{a}$ lu directement sur les courbes et d'un facteur correctif tenant compte du déphasage existant entre la température réellement appliquée et celle détectée.
- Dans le cas idéal, k/k' est égal à 1 ; il n'existe pas de perte et la température appliquée à l'entrée d'un cristal est totalement restituée à sa sortie.

Ici, $\tilde{\alpha}^{(1)}_f$, $\tilde{\alpha}^{(2)}_f$, $\tilde{a}$, $\tilde{b}$, $\tilde{c}$ sont exprimés par rapport à la température de référence $\mathcal{C}_o$. Si on applique une sinusoïde autour d'un point de fonctionnement $\mathcal{C}_2 \neq \mathcal{C}_o$, $(\mathcal{C}-\mathcal{C}_o)$, $(\mathcal{C}-\mathcal{C}_o)^2$ sont exprimés en fonction de $(\mathcal{C}-\mathcal{C}_2)$ puisque $\mathcal{C} = \mathcal{C}_2 + \mathcal{C}_1 \sin\Omega t$.

III.b) Point de fonctionnement quelconque ou situé au point d'inversion de la caractéristique fréquence-température

La caractéristique statique F'_o est transposée en F''_o définie ainsi :

$$F''_o = (\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})_{\mathcal{C}_2} (\mathcal{C}-\mathcal{C}_2) + (\tilde{\alpha}^{(2)}_f + \tilde{c})_{\mathcal{C}_2} (\mathcal{C}-\mathcal{C}_2)^2 = \frac{f - f'_o}{f'_o}$$

où $(\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})_{\mathcal{C}_2}$, $(\tilde{\alpha}^{(2)}_f + \tilde{c})_{\mathcal{C}_2}$ s'expriment en fonction de $(\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o}$ et $(\tilde{\alpha}^{(2)}_f + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o}$ (annexe J-4).

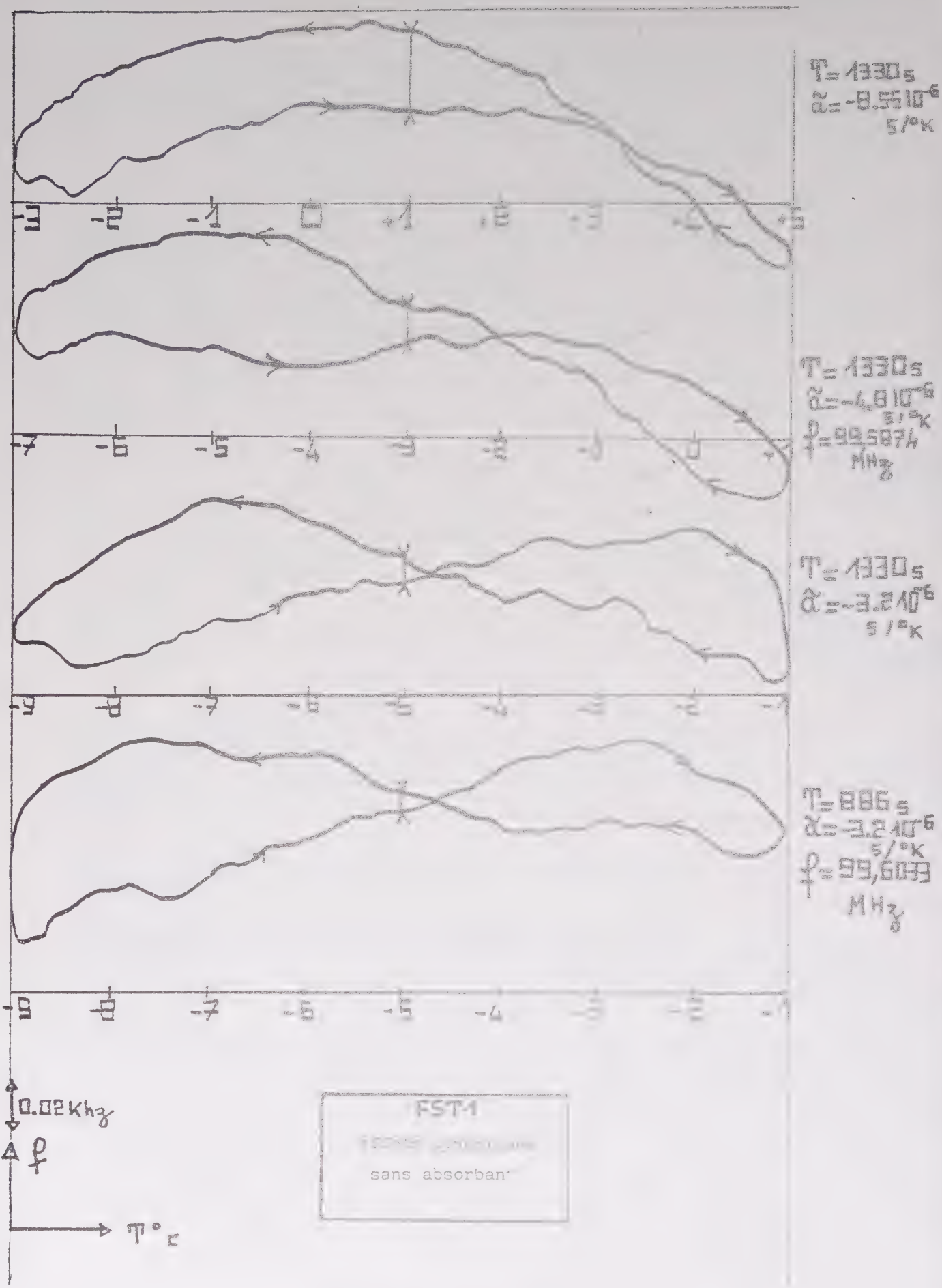
Pour une mesure autour de $\mathcal{C}_2$, nous écrivons alors les relations (56) et (57) en remplaçant $\mathcal{C}_o$, T_o par $\mathcal{C}_2$, T_2, ce qui s'écrit encore :

$$\Delta f/f_o(T) = b''_o (T-T_o) + c''_o (T-T_o)^2 + \tilde{a}''_o \, \partial T/\partial t$$

$$b''_o = (k/k') (\tilde{b}+\tilde{\alpha}^{(1)}_f)_{\mathcal{C}_2} + 2(T_o-T_2)(k/k')^2 (\tilde{c}+\tilde{\alpha}^{(2)}_f)_{\mathcal{C}_2}$$

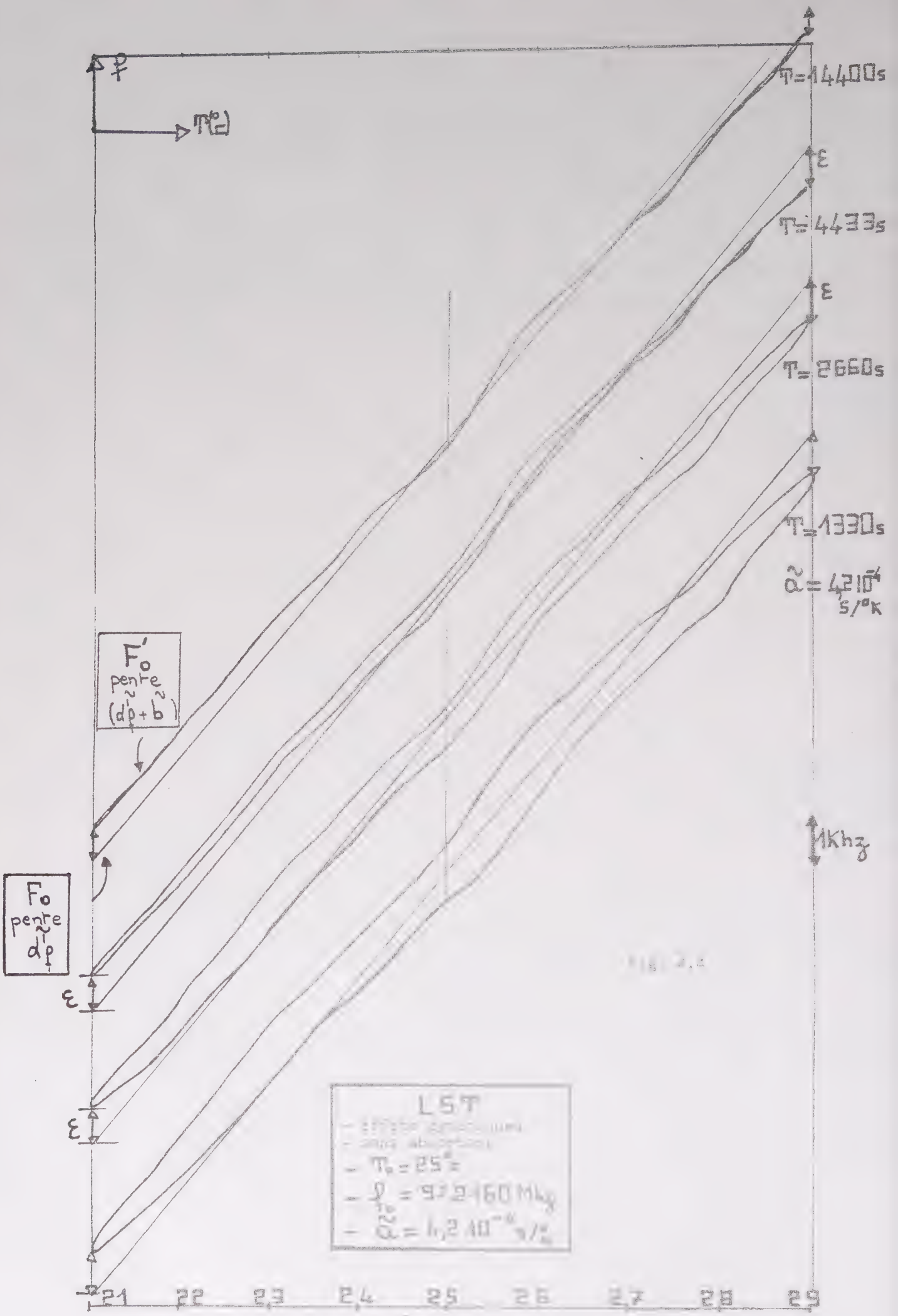
$$c''_o = (k/k')^2 (\tilde{c} + \tilde{\alpha}^{(2)}_f)_{\mathcal{C}_2} \qquad (59)$$

$$\tilde{a}''_o = (k/k') [(\tilde{\alpha}^{(1)}_f + \tilde{b})_{\mathcal{C}_2} (\tau-T) + \tilde{a}_{\mathcal{C}_2}]$$


T = 1330 s
α = -8.55 10⁻⁶ s/°K
T = 1330 s
α = -4.8 10⁻⁶ s/°K
f = 99,5874 MHz
T = 1330 s
α = -3.2 10⁻⁶ s/°K
T = 886 s
α = -3.2 10⁻⁶ s/°K
f = 99,6033 MHz
0.02 Khz
Δf
T °C
FST-1
sans absorbant

Ainsi nous pouvons, pour une coupe donnée, faire des mesures en différents points $\mathcal{C}_2$. Dans chaque cas, nous devons trouver les mêmes valeurs b''_o, c''_o, $\tilde{a}''_o$ qui sont exprimées par rapport à la référence T_o bien que $(\tilde{\alpha}_f^{(1)}+\tilde{b})_{\mathcal{C}_2}$, $(\tilde{\alpha}_f^{(2)}+\tilde{c})_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{a}_{\mathcal{C}_2}$ soient différents.

En se plaçant au point d'inversion $\mathcal{C}_2$ spécifique de chaque cas caractérisé par une tangente horizontale et $(\tilde{\alpha}_f^{(1)}+\tilde{b})_{\mathcal{C}_2} = 0$, on s'affranchit du terme dépendant du déphasage $(\tau-T)$.


f
T°(z)
τ=14400s
ε
τ=4433s
ε
τ=2660s
τ=1330s
α̃ = 4,2 10⁻⁴ s/°K
F'o pente (dp̃ + b̃)
Fo pente dp̃
1Khz
ε
ε
LST
- T₀ = 25°
- ρ/ρ₀ = 9,2160 Mkg
- α̃ = 4,2 10⁻⁴ s/°
2,1
2,2
2,3
2,4
2,5
2,6
2,7
2,8
2,9

IV - RESULTATS

Les mesures sont réalisées pour les coupes AT, ST, FST, LST et JCL (cf. figures 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5).

Les paramètres suivants varient :

- la pulsation Ω, inversement proportionnelle à la période de balayage T
- le point de fonctionnement $\mathcal{C}_2$
- l'amplitude $\Delta\mathcal{C}$

Deux coupes FST sont étudiées ; en effet celles-ci présentent des coefficients en température faibles ; aussi il est intéressant que l'effet dynamique aille dans le même sens afin d'utiliser une telle coupe dans un dispositif devant présenter une grande stabilité en température.

La période de balayage ne peut descendre en dessous de 600 s ; en effet l'asservissement qui module le courant de chauffage ne suit plus lorsque la période est plus faible. La période maximale est fixée à 2 heures ; ceci permet de retrouver la courbe statique. Au-delà apparaît une dérive.

IV.1 - Interprétation des courbes

Nous déterminons les valeurs de $\tilde{a}_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{b}_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{c}_{\mathcal{C}_2}$ à partir des cycles en ellipse ou de Lissajous enregistrés. Ils correspondent au modèle déjà cité : $Y = F_o + \tilde{a}\,\partial\mathcal{C}/\partial t + \tilde{b}(\mathcal{C}-\mathcal{C}_2) + \tilde{c}(\mathcal{C}-\mathcal{C}_2)^2$. Sachant que $\mathcal{C}(t) = \mathcal{C}_2 + \Delta\mathcal{C}\sin\Omega t$, nous en déduisons les relations suivantes :

$$\tilde{a}_{\mathcal{C}_2} = \frac{Y_1 - Y_2}{2\,\Omega\,\Delta\mathcal{C}}$$

$$\tilde{b}_{\mathcal{C}_2} = \frac{\begin{vmatrix} Y_3 - F_o & (\mathcal{C}_2 + \Delta\mathcal{C} - \mathcal{C}_o)^2 \\ Y_4 - F_o & (\mathcal{C}_2 - \Delta\mathcal{C} - \mathcal{C}_o)^2 \end{vmatrix}}{\delta} \qquad (60)$$

$$\tilde{c}_{\mathcal{C}_2} = \frac{\begin{vmatrix} \mathcal{C}_2 + \Delta\mathcal{C} - \mathcal{C}_o & Y_3 - F_o \\ \mathcal{C}_2 - \Delta\mathcal{C} - \mathcal{C}_o & Y_4 - F_o \end{vmatrix}}{\delta}$$

où $\delta = -2\Delta\mathcal{C}\,(\mathcal{C}_2+\Delta\mathcal{C}-\mathcal{C}_o)\,(\mathcal{C}_2-\Delta\mathcal{C}-\mathcal{C}_o)$

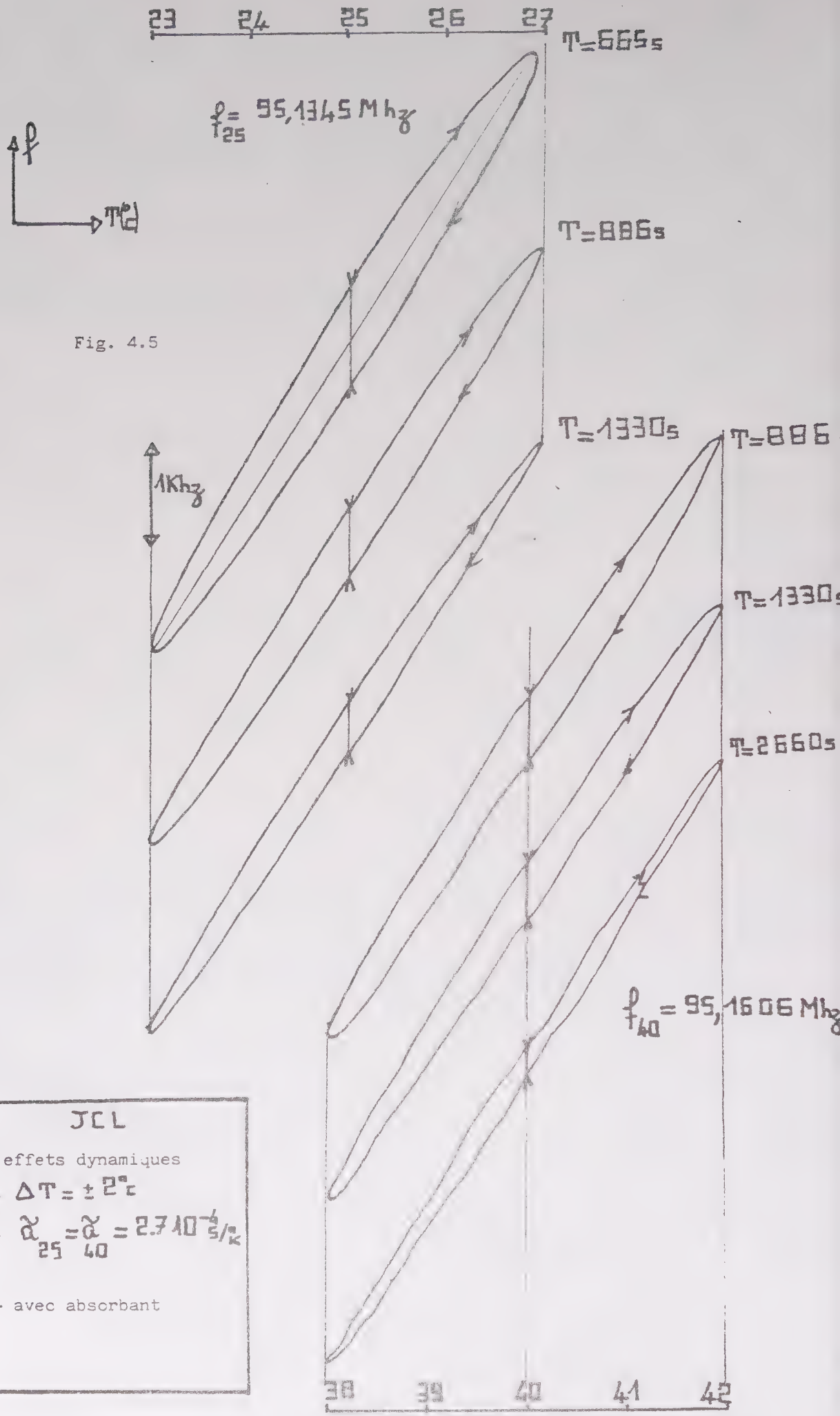


Fig. 4.5

JCL

- effets dynamiques
- $\Delta T = \pm 2°c$
- $\alpha_{25} = \alpha_{40} = 2.7\,10^{-4}\,s/°k$
- avec absorbant

Y_1, Y_2 sont les variations relatives de fréquence pour $\mathcal{T}$ égal à $\mathcal{T}_2$;
Y_3, Y_4 sont les valeurs respectives de Y pour $\mathcal{T}$ égal à $\mathcal{T}_2+\Delta\mathcal{T}$ et $\mathcal{T}_2-\Delta\mathcal{T}$ et peuvent être différentes de F_o.

Le signe de $\tilde{a}_{\mathcal{T}_2}$ se détermine par le sens de parcours du cycle (fig. 4.2).
Nous vérifions que $\tilde{a}_{\mathcal{T}_2}$ ne dépend pas de la période de balayage puisque l'amplitude (f_1-f_2) varie en sens inverse de T. Pour une variation très lente de la température, le cycle est aplati (fig. 4.4) et nous retrouvons la caractéristique statique F'_o (différente de F_o pour $\tilde{b}$, $\tilde{c}$ non nuls).

IV.2 - Valeurs expérimentales du coefficient dynamique

Les résultats sont les suivants :

coupe	$\tilde{\tilde{a}}$ théorique	$\tilde{a}''_o$ s/°K	b''_o 10^{-6}/°K	c''_o 10^{-9}/°K²	T_i °C
AT		$< 10^{-6}$	$3{,}3\ 10^{-6}$	$-\ 41\ 10^{-9}$	61,2
ST	$4\ 10^{-6}$	$6{,}7\ 10^{-6}$	$-1{,}4\ 10^{-6}$	$-\ 45\ 10^{-9}$	10,5
FST1		$3\ 10^{-6}$	$-2{,}1\ 10^{-6}$	$-\ 38\ 10^{-9}$	-5,2
FST2	$0{,}13\ 10^{-6}$	$< 10^{-6}$	0	$-\ 36\ 10^{-9}$	19
LST		$149\ 10^{-6}$	$33\ 10^{-6}$	0	-
JCL		$68\ 10^{-6}$	$22\ 10^{-6}$	0	-

$\tilde{\tilde{a}}$ a été déterminé théoriquement par la méthode des perturbations.

L'effet dynamique $\tilde{a}''_o$ est relativement faible (quelques 10^{-6} s/°K) pour les coupes AT, ST, FST_1, FST_2 qui possèdent un coefficient de température sur la fréquence du 1er ordre faible. Il en est de même pour $\tilde{a}_{\theta_2}$ directement mesuré.

Cet effet devient important (de l'ordre de 10^{-4} s/°K) pour les coupes LST, JCL à coefficient de température $\alpha_f^{(1)}$ du 1er ordre élevé.

Ainsi il semble que le coefficient dynamique est relié au coefficient de température d'ordre un et varie dans le même sens. Comme
$\tilde{a}''_o = k/k' \left[(\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})(\tau - T) + \tilde{a}\right]$ nous remarquons que pour les coupes LST, JCL, le rapport $\tilde{a}_{mesuré}/(\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})$ est constant .

coupe	$\tilde{a}$ mesuré s/°K	$(\tilde{\alpha}_f^1 + \tilde{b})$	$\tilde{a}$ mesuré / $(\tilde{\alpha}_f^1 + \tilde{b})$
LST	$4{,}2\ 10^{-4}$	$22{,}4\ 10^{-6}$/°K	18,7
JCL	$2{,}7\ 10^{-4}$	$15{,}8\ 10^{-6}$/°K	17,1

Ce qui permet d'écrire pour ces deux cas particuliers :

$$\tilde{a}''_o = \tau' \, \alpha_{f_{théo}}^{(1)} \qquad (61)$$

où τ' est homogène à un temps et dépend du montage. Cependant nous nous gardons de généraliser cette relation. Une étude ultérieure systématique sur des lignes à retard commercialisées permettra de conclure.

Les sondes réalisées avec de telles coupes ne pourront pas être toujours utilisées pour délivrer l'information température d'un dispositif thermostaté. En effet si un écart de température se produit, le thermostat est commandé très rapidement de façon que l'enceinte revienne dans son état initial. Comme la correction est très rapide les effets dynamiques interviennent et la sonde donne une valeur inexacte de la température. L'asservissement est alors erronné.

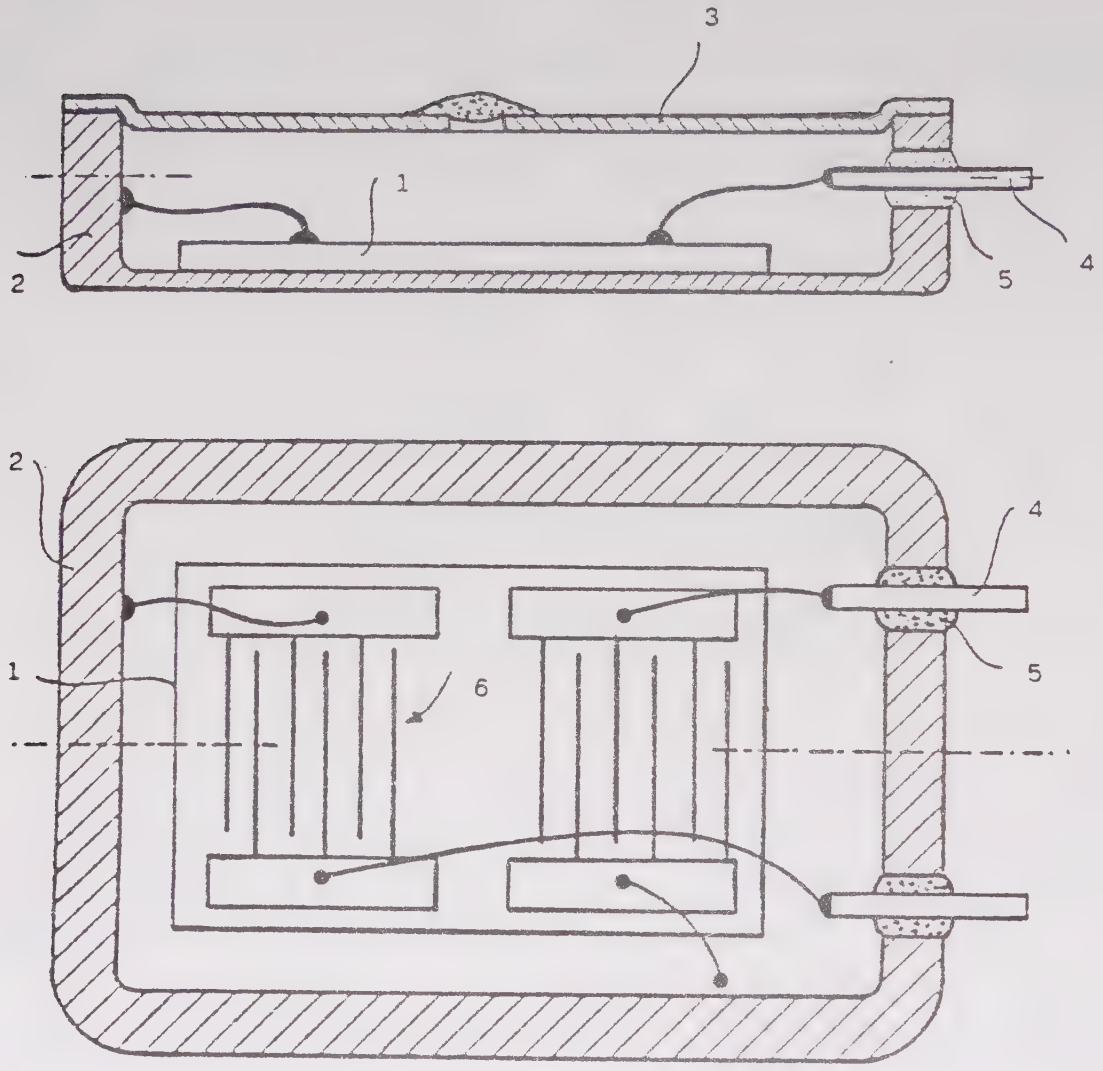
Aussi les sondes serviront pour des mesures précises lorsque le régime transitoire s'évanouit pour faire place à un nouvel état d'équilibre.

G

MESURE DU TEMPS DE REPONSE D'UNE SONDE A ONDE DE SURFACE

Fig. 1.1

Sonde de température à ligne à ondes de surface



1 - plaque de quartz

2 - boîtier métallique conducteur thermique

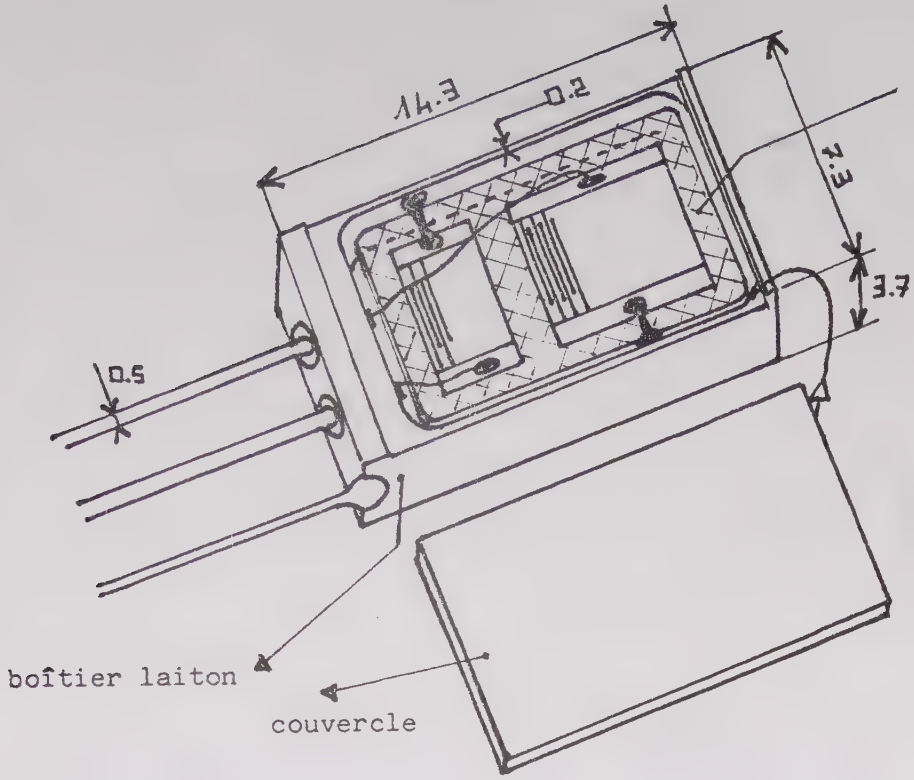
3 - couvercle

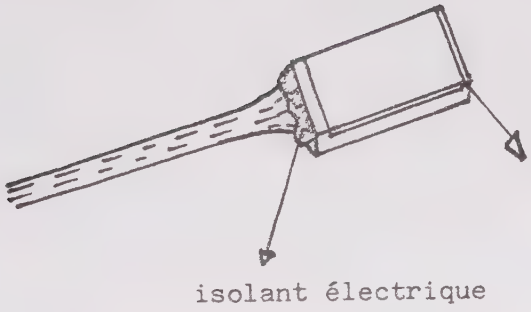
4 - bornes électriques

5 - perles de verre

6 - transducteurs interdigités

Fig. 1.2
Sonde de température à ligne à ondes de surface





Cotes en mm

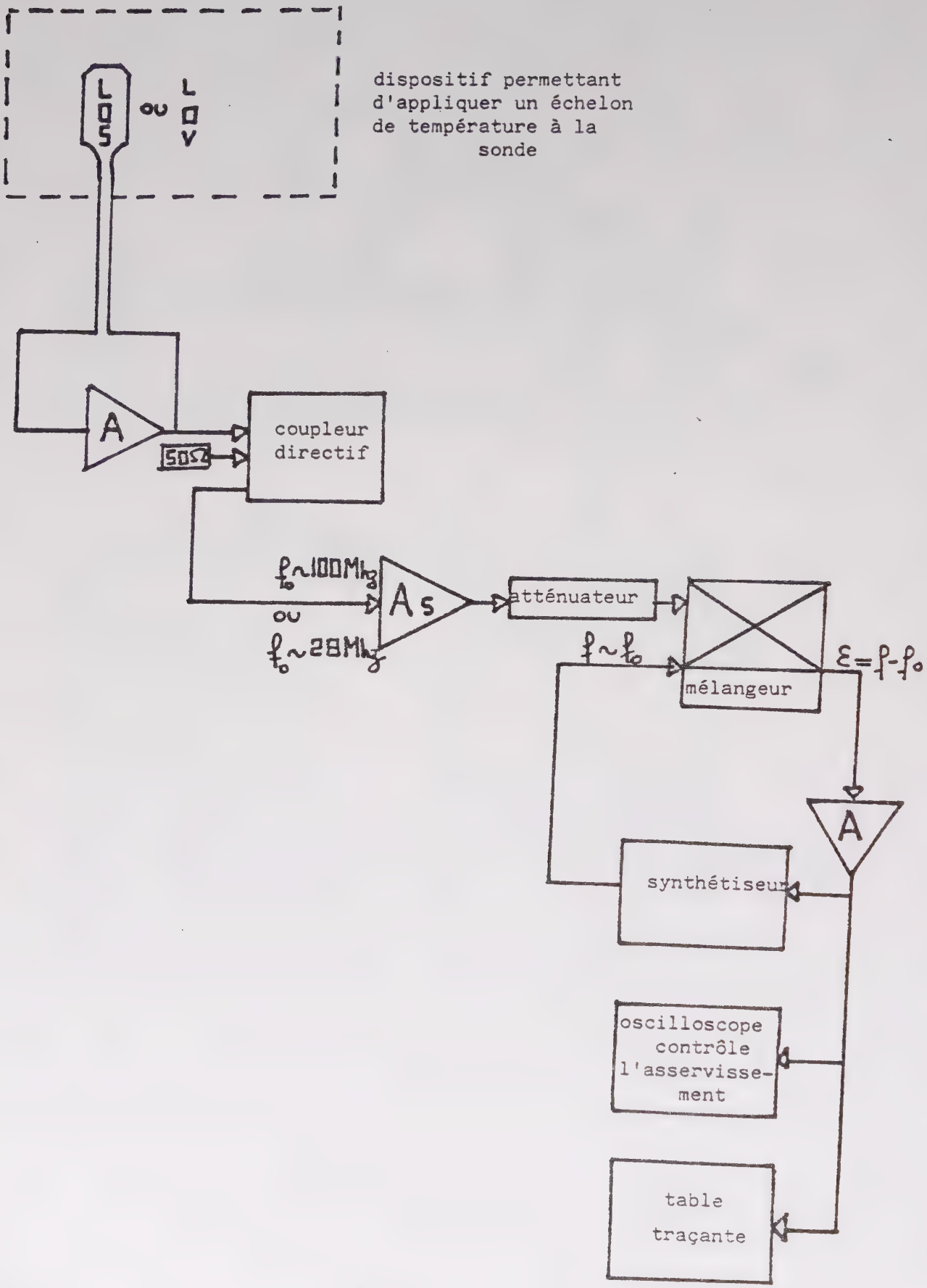


Fig. 1.3

Chaîne électronique de mesure du temps de réponse
d'une sonde de température

I - DISPOSITIF ELECTRONIQUE ET LIMITATION DE LA MESURE

I.1 - Notion de temps de réponse

Le temps de réponse d'une sonde de température caractérise la rapidité avec laquelle la sonde répond à un brusque changement de température. Une variation de température en échelon est appliquée à la sonde et nous enregistrons l'évolution correspondante de la fréquence en fonction du temps. Le temps de réponse dépend des conditions expérimentales de mesure et se définit généralement à 63,2% et 90% de la valeur finale. Il a été mesuré dans deux conditions :

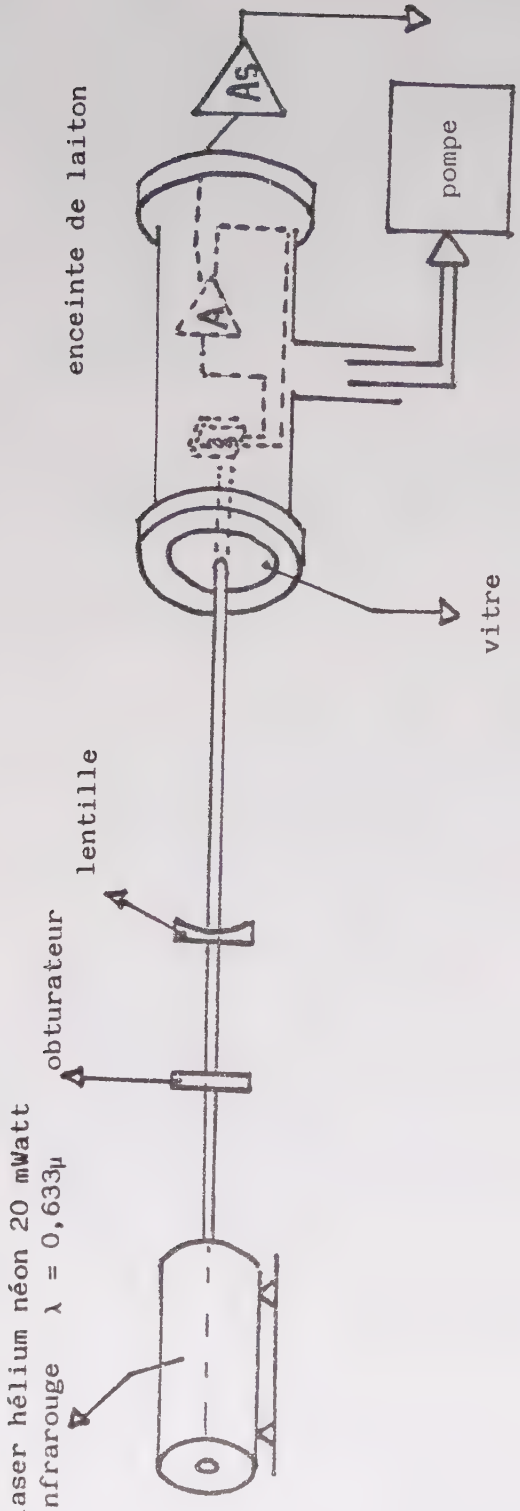
- ligne à retard seule (sans boîtier)
- ligne à retard montée dans un boîtier métallique

Seule la ligne est soumise aux variations de température. Le dispositif est représenté (fig. 1.1, 1.2). La lame de quartz est collée par sa face intérieure sur une embase métallique. Le boîtier est fermé par un couvercle. Les passages électriques se font au moyen de perles de verre.

Pour une application pratique la ligne à onde de surface doit être insérée dans un boîtier. Ainsi dans le temps de réponse interviennent l'inertie du boîtier et le temps propre de réponse de la ligne. Les dimensions du boîtier sont réduites au minimum pour diminuer leur part dans les mesures. Il est utile de faire une mesure de la ligne seule afin de connaître la valeur limite du temps de réponse. Les mesures sont aussi limitées par l'inertie propre du système qui permet de faire varier la température de la sonde. Nous ne pouvons réellement pas accéder à la valeur du temps de réponse absolue dans le cas où celle-ci est inférieure au dizième de seconde. Pour cette raison nous réalisons trois séries de mesures en comparant à chaque fois avec les résultats d'une sonde H.P. qui sont connus.

I.2 - Chaîne de mesure

Le système est asservi en phase par un synthétiseur dont la constante d'asservissement est réglable. Ainsi les variations de température sont transformées en variations de fréquence et nous enregistrons l'évolution de la fréquence avec le temps (fig. 1.3). Dans le cas de coupes linéaires nous obtenons directement $T = g(t)$.



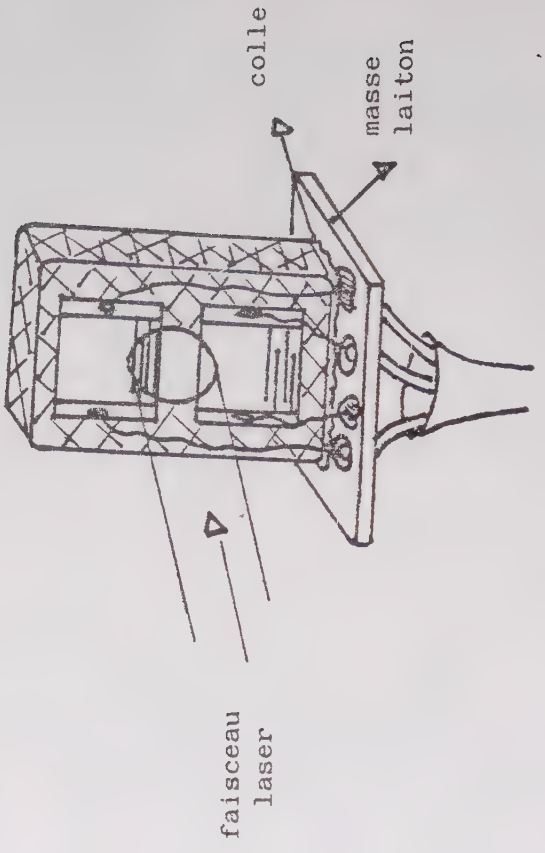
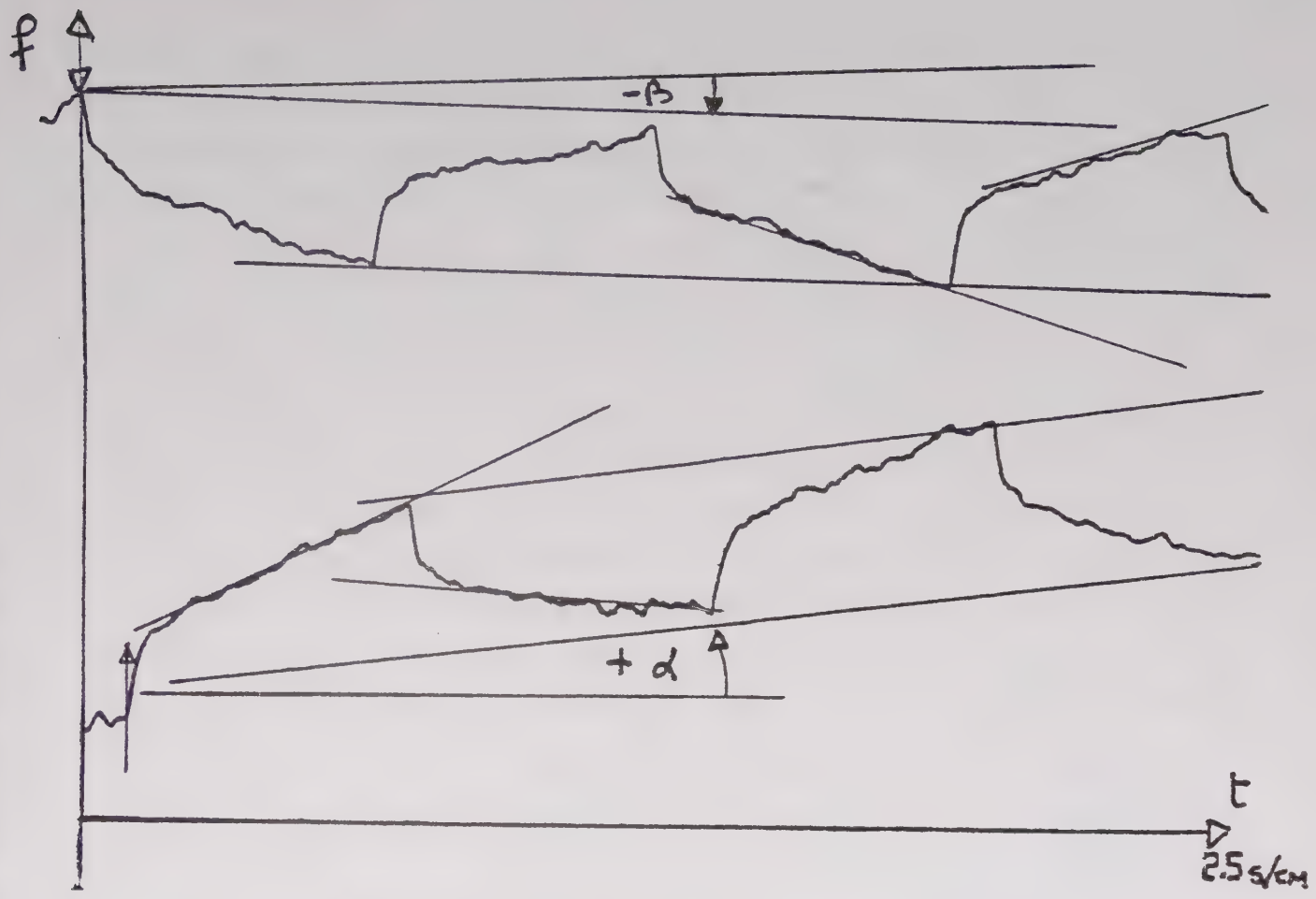


Fig. 2.1

mesure de temps de réponse
par laser



Modulation toutes les 10 s

Evolution de la fréquence avec le temps pour une succession d'échelons de température

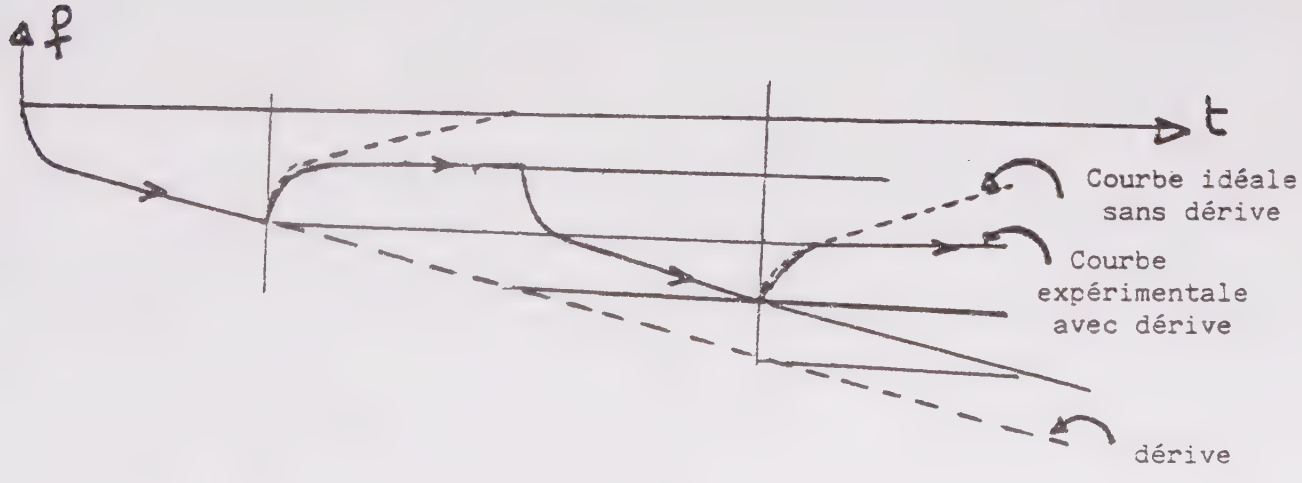


Fig. 2.2

II - MESURES A L'AIDE D'UN FAISCEAU LASER

Un point de la sonde est chauffé à l'aide d'un faisceau de lumière provenant d'un laser hélium-néon de 20 mW (fig. 2.1). Il y a transformation à la surface de la ligne d'énergie lumineuse en énergie calorifique. Un obturateur permet d'effectuer des échelons en température avec un temps de montée presque nul. La projection du faisceau peut être étendue à toute la surface active grâce à une lentille divergente. L'inconvénient d'un tel dispositif est que l'élévation de température est au maximum de quelques dixièmes de degré. Aussi afin de limiter les perturbations provenant de l'extérieur, la sonde est placée avec l'amplificateur dans une enceinte où le vide est réalisé à 20 microns de mercure. Cette méthode permet d'étudier la ligne seule sans boîtier en appliquant le faisceau soit sur la face active soit au dos. Cependant les temps de réponse obtenus sont grands et correspondent essentiellement à une diffusion de la chaleur du point d'impact vers l'ensemble du volume de la sonde.

Valeurs mesurées à 90% :

Sonde H.P (ondes de volume)	:	1 000 s	
Sonde O.S sans boîtier	:	125 s	(62)
Sonde O.S avec boîtier	:	550 s	

Nous avons également modulé le signal en appliquant une succession d'échelons montants et descendants en température (fig. 2.2). Il existe un effet de "mémoire" ; nous enregistrons une suite de créneaux qui se superposent à une dérive montante (si le premier échelon s'est fait dans le sens d'une élévation de température) ou bien descendante dans le cas contraire.

Les courbes semblent présenter deux phases : d'abord une réponse quasi instantanée correspondant à l'arrivée de l'énergie à la surface du substrat puis une dérive lente due à la diffusion à tout le volume cristallin et aux pertes dans les fils. Sans boîtier le temps de réponse à 90% est de l'ordre de deux minutes.

III - MESURES DANS UN FLUX D'AIR

Dans la deuxième méthode, la sonde est placée instantanément dans un flux d'air chaud à débit constant, ce qui fait passer sa température de celle de l'air ambiant à celle du fluide (fig. 3.1). Les échanges de chaleur se font donc ici suivant une loi de convection.

Les temps de réponse mesurés sont longs du fait du type d'échanges calorifiques.

Valeurs mesurées à 90% :

Sonde H.P	:	91 s	
Sonde O.S sans boîtier	:	60 s	(63)
Sonde O.S avec boîtier	:	77 s	

Le fluide présente une vitesse d'environ 1 m/s. Le temps de réponse pourrait nettement être amélioré pour une vitesse très grande et descendre en dessous de la seconde.

Une telle expérience permet de comparer les temps de réponse de la ligne avec et sans boîtier puisqu'il n'y a pas de précautions à prendre du point de vue électrique. L'échelon en température est de l'ordre de 10°C autour de la température ambiante. Si nous coupons le jet d'air chaud, la température de la sonde varie très lentement en fonction du temps puisqu'alors les échanges se font graduellement entre le substrat et l'air du voisinage qui ne se renouvelle pas.

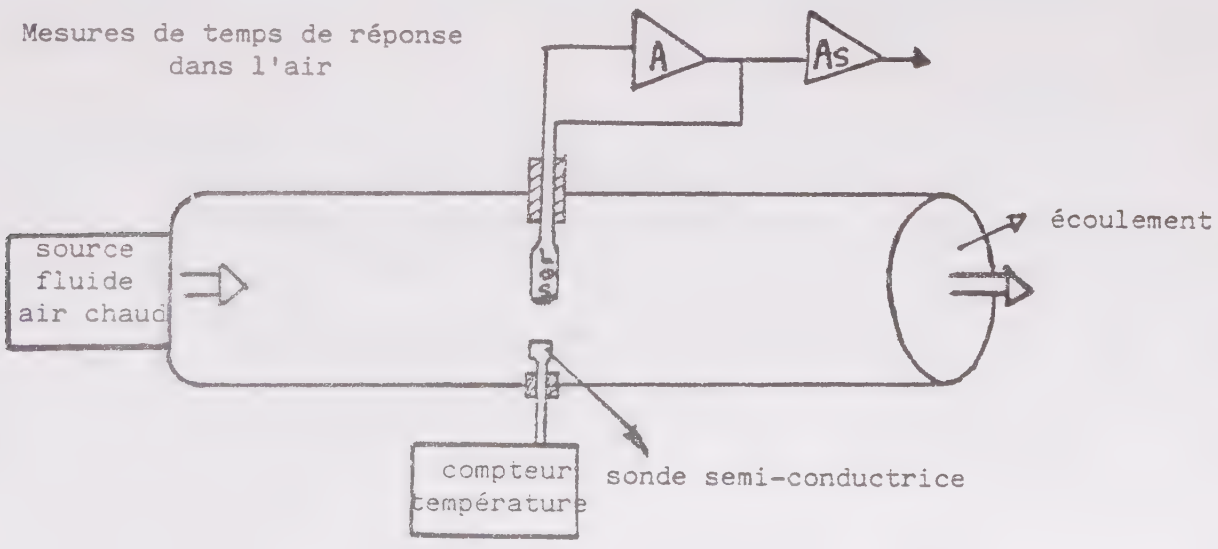


Fig. 3.1

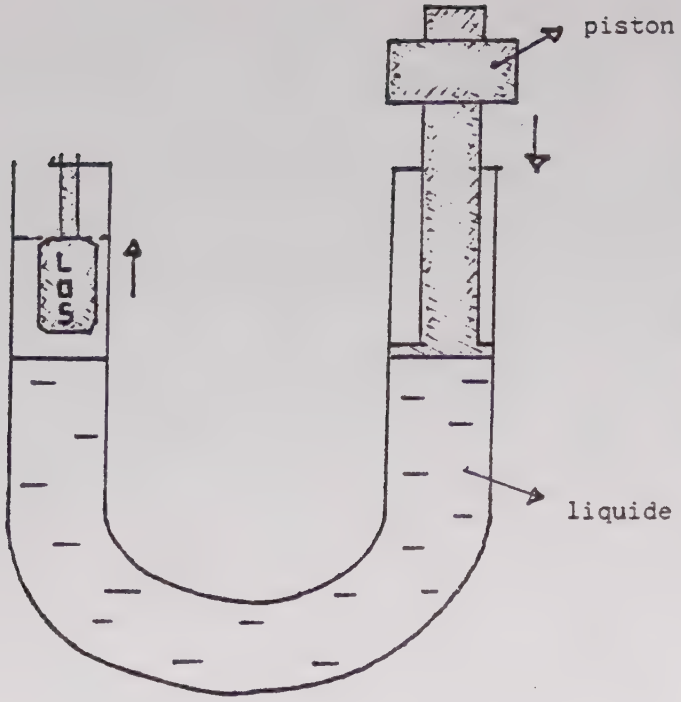


Fig. 4.1

tube en U
Application d'un échelon de température
à une sonde

- Sonde HP à onde de volume -

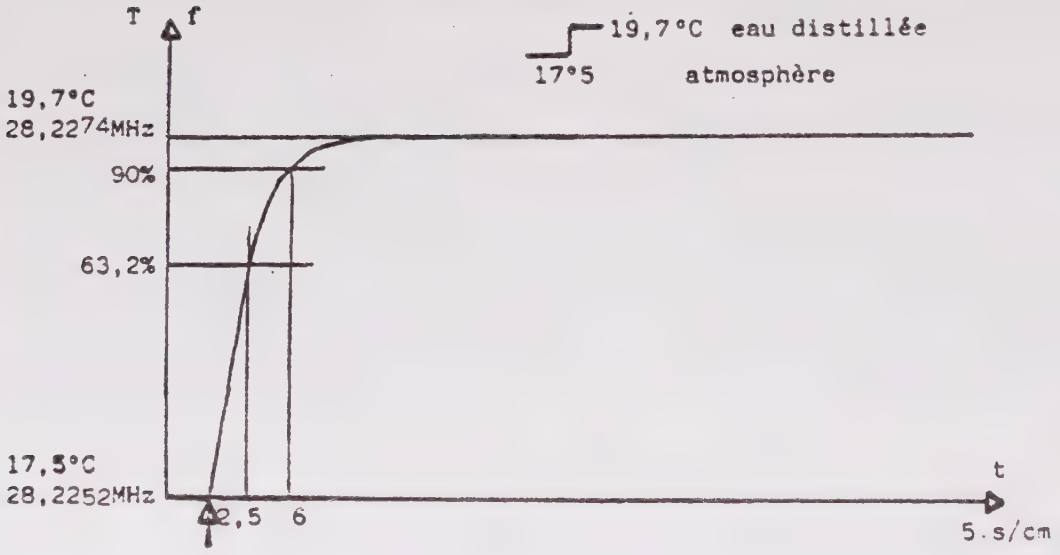
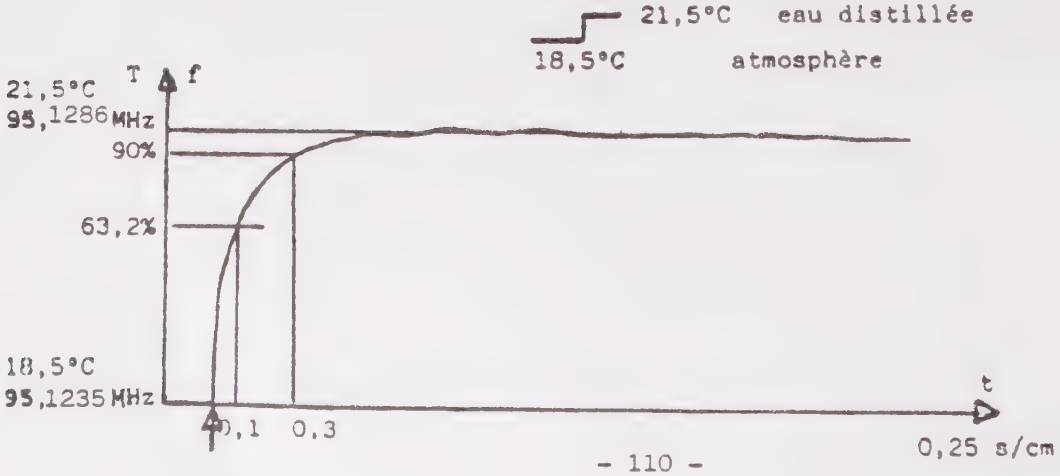


Fig. 4.2

- Sonde à onde de surface boîtier laiton -



IV - MESURES PAR BAIN DANS UN LIQUIDE

Dans le cas de la conduction thermique, les échanges se font de façon beaucoup plus rapide. Cette méthode est mise en oeuvre en trempant la sonde dans un bain d'huile (isolant électrique) ou d'eau porté à une température donnée. Dans ce type de conduction les échanges sont homogènes sur toute la surface de la sonde. Les valeurs mesurées à 90% sont :

	dans l'huile immobile	dans l'eau agitée
Sonde H.P.	72 s	6 s
Sonde O.S. avec boîtier	5,2 s	0,3 s

(64)

Il faut remarquer que les ondes de surface sont absorbées par les liquides et par conséquent la mesure de la sonde O.S sans boîtier est impossible. Le temps de réponse dans l'huile est plus important que dans l'eau, en effet la conduction thermique de l'huile est quatre fois plus faible que celle de l'eau. Il est préférable de déplacer la sonde dans le fluide pour éviter l'effet de "voisinage". Il convient dans le cas de l'eau de rendre étanche le boîtier. Afin de réduire l'inertie thermique du boîtier, nous avons usiné les parois à 2/10 mm et pour appliquer un échelon de façon très rapide nous utilisons un tube en U (fig. 4.1). Au repos la sonde est juste au-dessus de la surface libre du liquide, un piston est plongé dans le liquide à l'autre extrémité, ce qui provoque l'immersion de la ligne restée immobile. Ainsi tout effet "de fils" parasite dû au déplacement de la ligne est supprimé. Nous représentons (fig. 4.2) la réponse de la sonde à onde de volume [12] et celle d'une ligne à onde de surface linéaire de type JCL de quartz.

Ainsi dans ces conditions de mesures optimales (immersion dans un liquide), nous retrouvons un temps de réponse de 2,5 s à 63,2% de la valeur finale pour la sonde H.P ce qui est annoncé par le constructeur (fig. 4.3). La ligne à onde de surface réagit avec un temps de réponse de 0,1 s ; elle est vingt fois plus rapide. Lorsque le boîtier est usiné au minimum, le temps pour atteindre 90% de la valeur finale est encore diminué d'un facteur deux. Nous pouvons constater que le temps de réponse dépend beaucoup des conditions expérimentales de mesures ; actuellement au laboratoire nous ne disposons pas de système permettant de mesurer des temps inférieurs à 0,1 s et nous nous limiterons à donner une valeur maximale du temps de réponse sous certaines conditions.

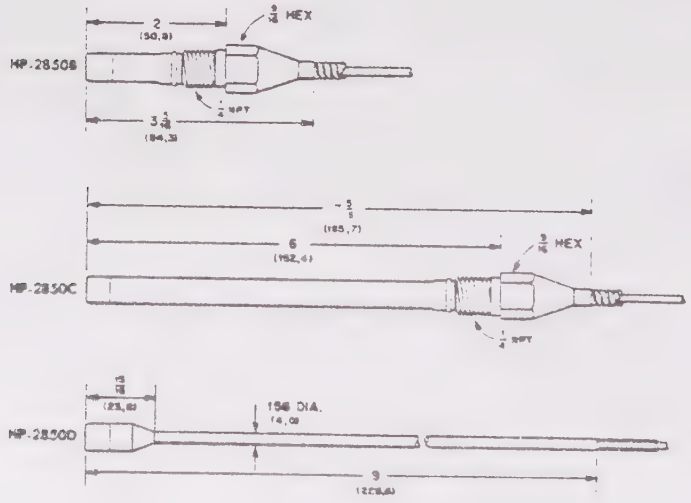
Résumé

Le tableau 5 récapitule les valeurs comparatives des temps de réponse mesurées à 90% ainsi qu'à 63,2% (valeurs normalisées utilisées par les constructeurs) exprimées en secondes.

90% / 63,2%	LASER	AIR CHAUD	HUILE IMMOBILE	EAU AGITEE
Sonde H.P.	1000 / 360	91 / 25	72 / 25	6 / 2,5
Sonde O.S. sans boîtier	125 / 40	60 / 22		
Sonde O.S. avec boîtier	550 / 240	77 / 29	5,2 / 1,9	0,3 / 0,1

Fig. 4.3

Extrait de la documentation accompagnant une sonde à ondes de volume H.P.



RESPONSE TIME

Response to step function of temperature, measured by inserting probe into water at dissimilar temperature flowing at 2 fps.

63.2% of final value in < 2.5 sec.
99.0% of final value in < 9.0 sec.
99.9% of final value in <14.0 sec.

V - IDENTIFICATION D'UNE SONDE AVEC UN DISPOSITIF DU PREMIER ORDRE

Nous reconnaissons à l'allure des courbes la réponse d'un système du premier ordre à un échelon. La constante de temps τ correspond au temps mis pour atteindre 63,2% de la valeur finale, elle vaut :

2,5 s	sonde H.P à ondes de volume
0,1 s	sonde à ondes de surface

(fig. 4.3) (65)

Celle-ci devrait varier avec la coupe et la direction de propagation utilisée puisque la conductivité thermique dépend de l'orientation (0,07 à 0,14 W/ m/°K pour le quartz) mais ceci n'a pu être mis en évidence du fait des conditions de mesures et de l'effet du boîtier.

Nous traçons sur un même graphique la réponse expérimentale et celle d'un modèle du 1er ordre à un échelon de température (fig. 5.1).

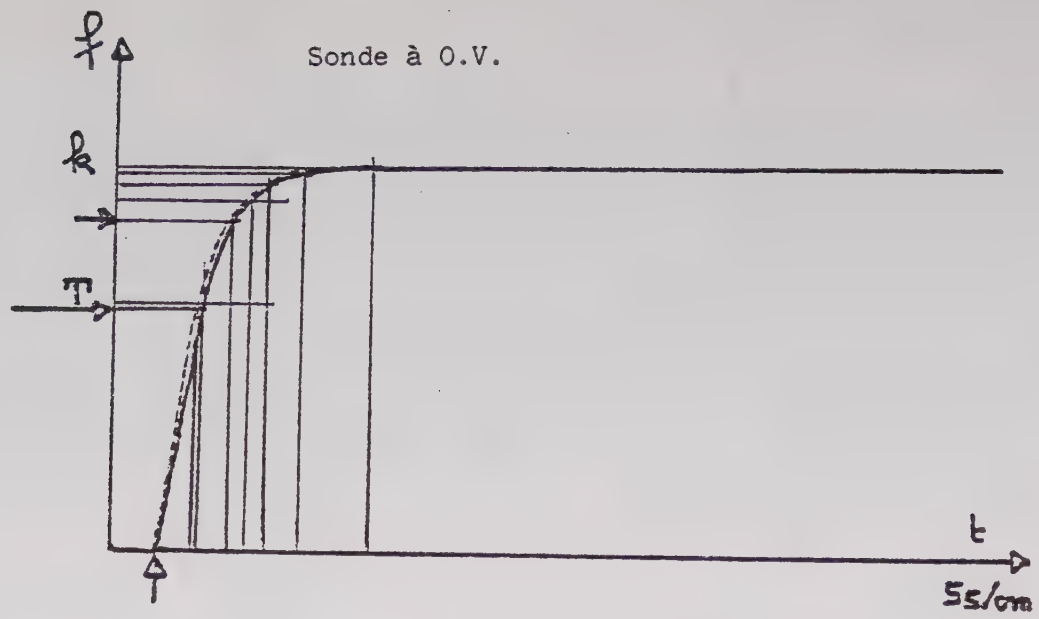
Il y a coïncidence et nous identifions la sonde à un circuit R.C où R symbolise la résistance et l'inertie thermique et C la capacité de conduction. Ceci constitue un filtre passe-bas à fréquence de coupure $f_c = 1/2\ \pi\tau$ [11].

$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{(1+Tp)}$	sonde à ondesde volume	$T = 2,5$ s
$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k'}{(1+\tau p)}$	sonde à ondes de surface	$\tau = 0,1$ s

(66)

$E(p) = 1/p$

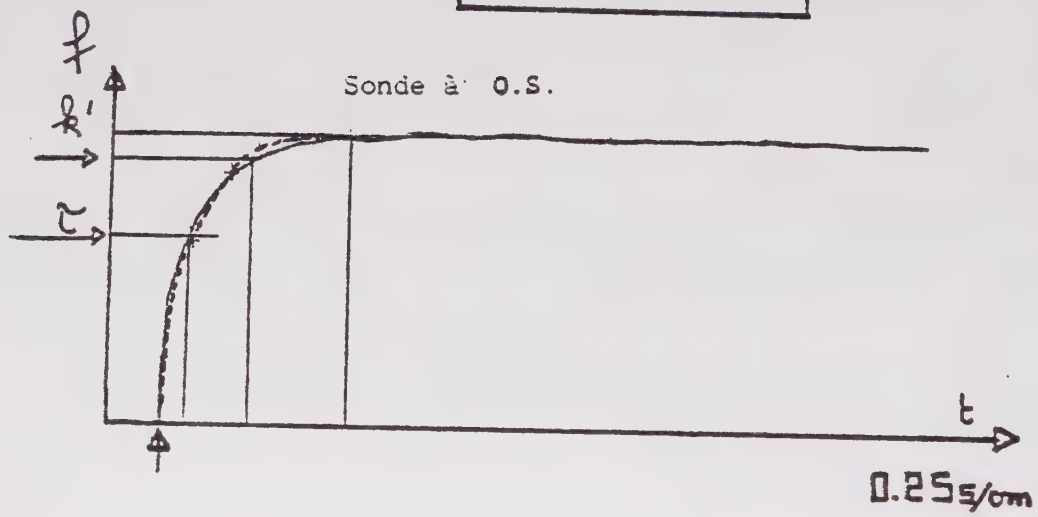
$S(t) = k' (1 - e^{-t/\tau})$ $\qquad \tau = RC$



courbe théorique

courbe expérimentale

$S(t) = k(1-e^{-t/T})$
$k = 5$
$T = 2,3$ s



$S(t) = k'(1-e^{-t/\tau})$
$k' = 3,8$
$\tau = 0,1$ s

Fig. 5.1

Comparaison des courbes expérimentales avec
les réponses à un échelon d'un dispositif du 1er ordre

VI - COMPARAISON AVEC LES DISPOSITIFS EXISTANTS

Dans l'industrie les mesures de température sont couramment effectuées à l'aide de thermistances, thermocouples, pyromètres optiques, ...

Nous citons les propriétés des dispositifs les plus employés ; ce sont les thermistances subminiatures isolées, émaillées, destinées aux contrôles et régulations de température. Les caractéristiques sont reportées (fig. 6.1).

Avantages :

- les dimensions sont réduites (Ø 2 mm)
- la forme peut être adaptée pour des utilisations particulières
- la gamme de température est assez large (-55°C, +200°C)
  cependant la gamme de température pour la partie où la caractéristique est linéaire est faible car la variation de résistance suit une loi exponentielle de la température.
- le principe de mesure est aisé : un voltmètre permet de relever les variations de la résistance du dispositif dues aux modifications de température (pont de résistances)
- le coût est faible ; elles sont produites en série.

Le principe des thermocouples consiste à mesurer la différence de potentiel due à la différence de conductibilité en fonction de la température de deux matériaux de référence.
Ils coûtent assez cher et la linéarité n'est pas assurée dans un grand domaine, cependant ils peuvent réagir rapidement parfois en quelques centièmes de seconde (fig. 6.2) et leur gamme de température possible est grande.

Les dispositifs à ondes de volume présentent une bonne sensibilité et une bonne linéarité. Mais en raison des propriétés inhérentes aux ondes de volume les difficultés de découpage et de fixation rendent leur prix de revient élevé et le temps de réponse est 20 fois plus grand que celui des dispositifs à ondes de surface (2,5 s à 63,2%).

①

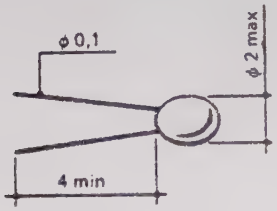
♦ Entre +25°C et +250°C la dissipation doit être réduite conformement à la courbe ci-dessus.

THERMISTANCES A USAGE PROFESSIONNEL
THERMISTORS FOR PROFESSIONAL USE

- Facteur de dissipation thermique
  δ : 0,6 mW/°C
- Constante de temps thermique
  τ : 8 s

Thermistance subminiature isolée, émaillée, destinée aux contrôles et régulations de température.

ASPECT, DIMENSIONS (mm)

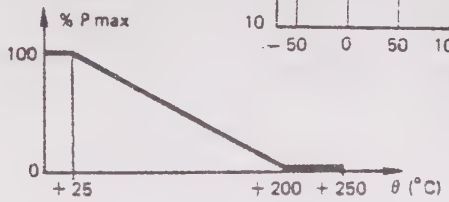


CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES

- Catégorie climatique
  414 (– 55°C + 200°C ■, 56 jours C.H.)

■ Maximum transitoire : 250°C

- Résistance nominale à 25°C
  Rn : voir tableau des valeurs
- Tolérance sur Rn
  ± 30%
- Dissipation maximale à 25°C ♦
  Pmax : 0,11 W



COURBES

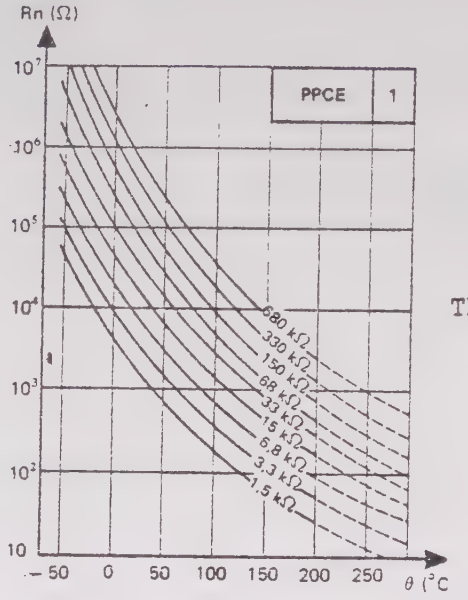


Fig. 6.1
Thermistances

②

Extraits de documentations sur les thermistances et thermocouples

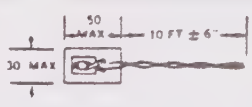
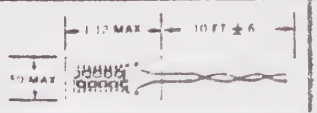
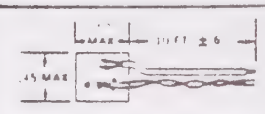
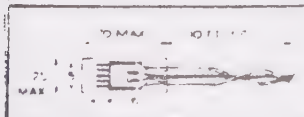
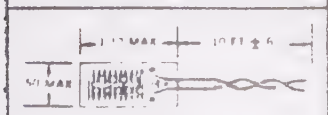
CONFIGURATION*	Response Time (Seconds)
	.020 .060 .400
	.020 .060 .400
	.020 .060 .400
	.020 060 .400
	.020 .060 .400

Fig. 6.2
Thermocouples

Les dispositifs à ondes de surface présentent les avantages suivants :

- même encombrement que les thermocouples et les sondes à ondes de volume
- temps de réponse faible (inférieur au dizième de seconde)
- la caractéristique fréquence-température est linéaire
- la sensibilité est de l'ordre de 2000 à 3000 Hz par °C à 100 MHz
- la stabilité est de 10^{-9} à qq. 10^{-11} sur une seconde
- la gamme de température peut être comprise entre -150°C et +550°C

Par contre le cristal ne peut être utilisé seul. Il est bouclé sur un amplificateur pour former un oscillateur. La partie électronique demande un certain nombre de précautions quand à l'adaptation, aux conditions d'oscillation.

Améliorations

Les dimensions de la sonde peuvent encore être réduites en utilisant de petites plaques de cristal montées dans des boîtiers de transistors banalisés. Une telle sonde sera utilisée pour sa stabilité, sa linéarité et sa résolution pour des mesures industrielles nécessitant une grande précision. La sonde réalisée à l'état de prototype est modifiée dans le sens de simplification de la partie électronique. Actuellement il faut régler l'amplificateur de la boucle d'oscillation pour chaque ligne ; les câbles intermédiaires créent encore des parasites. Nous réduisons les dimensions de l'amplificateur en utilisant des éléments intégrés (fig. 6.3). A plus long terme l'idéal serait de jumeler la ligne avec l'oscillateur en utilisant la technique des circuits hybrides. Il conviendra de placer l'amplificateur sous vide de façon que sa température ne fluctue pas avec les variations thermiques extérieures.

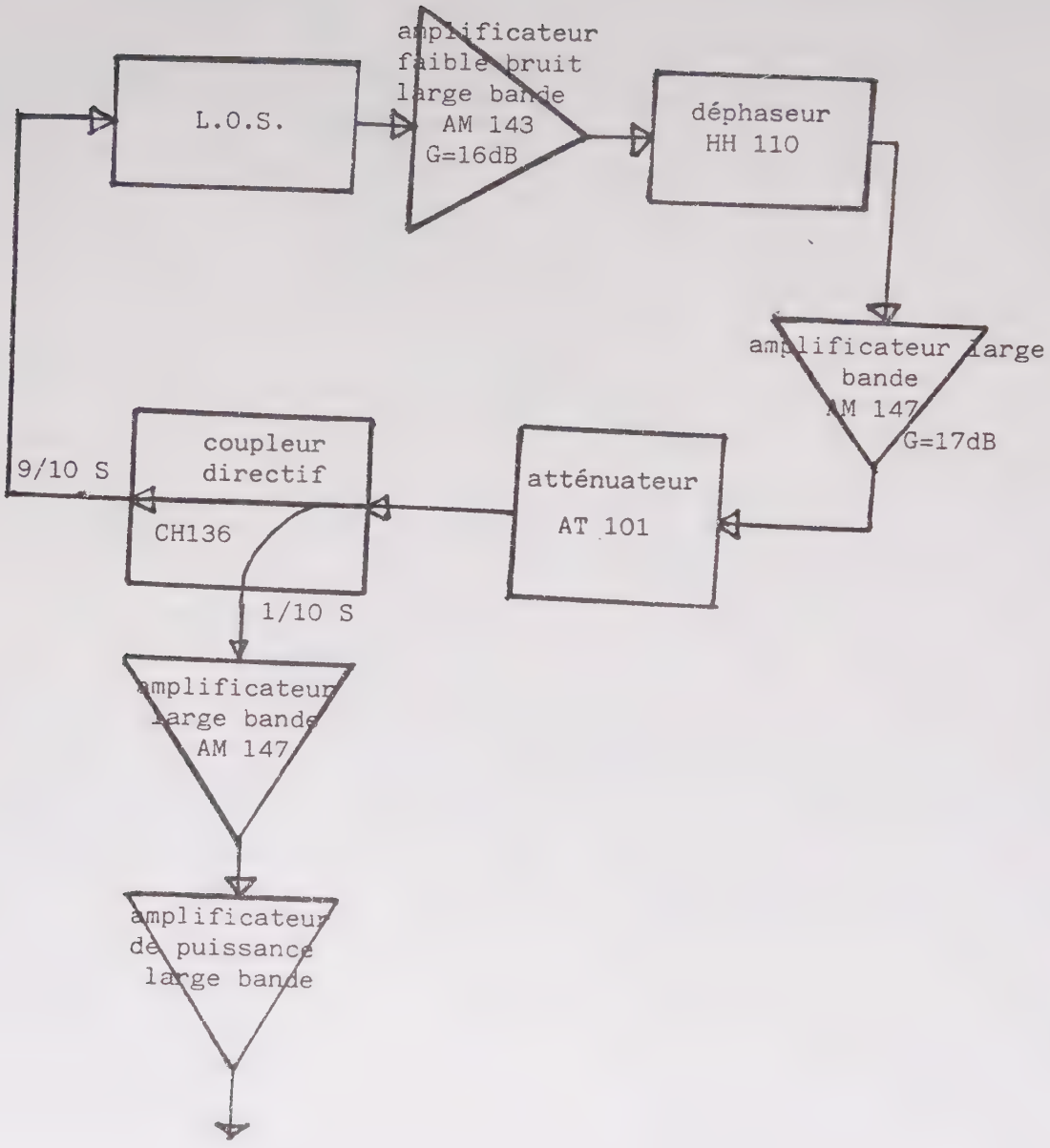


Fig. 6.3

Boucle d'oscillation utilisant des circuits hybrides

H

CONCLUSION

Afin de réaliser un thermomètre à ondes de surface, nous avons d'abord déterminé pour différents matériaux les coupes et directions qui conduisent à une variation linéaire de la fréquence avec la température. Ainsi nous avons mis en évidence la coupe JCL pour un substrat de quartz. L'onde de Rayleigh est alors à mode pur et présente un coefficient de couplage élevé et une sensibilité de 2 KHz par °K.

La coupe (90° ; 0° ; 45°) pour un cristal d'arséniure de gallium présente une sensibilité deux fois meilleure que les coupes de quartz "linéaires".

Nous avons montré que dans le cas des sondes à ondes de surface fonctionnant à 100 MHz la résolution est meilleure que 0,1 m°C. L'utilisation de lignes de quartz et d'arséniure de gallium fonctionnant à 300 MHz permet d'améliorer la sensibilité d'un facteur 3.

Les propriétés semi-conductrices de l'arséniure de gallium peuvent être utilisées pour intégrer complètement l'oscillateur sur le substrat, ce qui en fera dans le futur un composant électronique intégré de mesure de la température.

Dans l'immédiat, afin d'augmenter la stabilité de fréquence de l'oscillateur de mesure, une première étape d'intégration de l'électronique est réalisée au moyen de circuits hybrides.

Les études préliminaires de la reproductibilité des mesures ont montré l'influence importante du vieillissement du dispositif (substrat, dépôts métalliques, fixation de la plaque cristalline, ...) qui entraîne une retracibilité médiocre pour une utilisation aux thermomètres. Les exigences du cahier des charges d'un thermomètre de grande qualité nécessitent donc un approfondissement de la tenue dans le temps des matériaux.

Compte tenu de la stabilité de fréquence de l'oscillateur et du coefficient de température dynamique $\tilde{a}$, une telle sonde pourra être utilisée dans un thermostat pour contrôler des fluctuations de températures inférieures à 10 $\mu K°$ par seconde.

La mesure du temps de réponse a montré que de tels dispositifs sont vingt fois plus rapides que les sondes à ondes de volume.

Les performances meilleures et une technologie très proche de celle utilisée pour la fabrication des composants électroniques font des sondes à ondes de surface des dispositifs de mesure de grande qualité à un prix de revient inférieur à celui des sondes à quartz existantes.

La réalisation d'un nouveau thermomètre numérique de grande résolution à ondes de surface est actuellement en cours. L'information fréquence est convertie en affichage de température à l'aide d'un microprocesseur gérant les mesures successives et la conversion de la fréquence en valeur de la température en tenant compte de corrections de linéarité éventuelles.

I - BIBLIOGRAPHIE

[0] Determination of elastic and pizeo-electric constants for crystals in class (3m)
Warner
J. Acoustic. Soc. Am., 42 (1967), 1223-1231.

[1] Temperature effects on quartz-crystal surface-wave oscillators
D. Hauden, M. Michel, G. Bardèche and J.J. Gagnepain
Appl. Phys. Let., vol. 31, n° 5, September 1977.

[2] Ondes élastiques dans les solides
E. Dieulesaint, D. Royer
Edition Masson et Cie, Paris, 1974.

[3] Etudes des propriétés non linéaires des ondes élastiques de surface application aux oscillateurs à quartz
D. Hauden
Thèse, Besançon, juin 1979.

[4] Microwave acoustics handbook
A.J. Slobodnik
vol. 1-2, octobre 1973 ; air force cambridge research laboratories

[5] Propagation of piezoelectric surface waves on cubic and hexagonal crystals
J.J. Campbell and W. Jones
J. of appl. phys., 1970.

[6] Leaky surface wave propagation on Si, GaAs, quartz
D. Penunuri and K.M. Lakin
Ultrasonics Symposium, 1975.

[7] Applications des oscillateurs à ondes élastiques de surface en télécommunications
J. Henaff
Onde Electrique, vol. 59, n° 8-9, 1979.

[8] Les techniques de filtrage à l'aube des années 1980
M. Bon
Onde Electrique, n° 8-9, 1980.

[9] Heat transfer notes
Boelter, Cherry, Johnson, Martinelli

[10] Les filtres à ondes de surface
M. Coussot et M. Van den Driessche
Ingénieurs d'application Sescosem
Composants, février 1977.

[11] Thermal phenomena in crystal oscillators
Barbara Gniewinska
Seminar on frequency standards measurement and usage
Besançon, mars 1981.

[12] Un thermomètre linéaire à quartz (ondes de volume)
L. Hammond et A. Benjaminson
Mesures, vol. 31, n° 2, février 1966.

[13] Dynamic thermal sensibility of SAW quartz oscillators
D. Hauden, G. Théobald
Ultrasonics Symposium, IEEE 80 CH 1602.2 (1980).

[14] Temperature sensor using SAW delay line
D. Hauden, G. Jaillet, R. Coquerel
Ultrasonics symposium IEEE (1981), Chicago (à paraître).

[15] Sondes de température à ondes élastiques de surface
D. Hauden, G. Jaillet, R. Coquerel
6e colloque optique hertzienne et diélectriques, Toulouse (1981)
(communication)

[16] Higher-order temperature coefficients of the elastic stiffnesses and compliances of alpha-quartz
R. Bechmann, A.D. Ballato, J.J. Lukaszek
Proc. IRE, 50, n° 8, 1812, (1962).

[17] Static and dynamic frequency-temperature behavior of singly and doubly rotated, oven-controlled quartz resonators
A. Ballato, J. Vig
- Proc. 32nd An. Freq. Cont., Fort Monmouth (1978)
- IEE Trans. Sonics and Ultrasonics, SU-26, n° 4, 299, (1979)

[18] Temperature stable surface acoustic wave delay lines on gallium arsenide : second order effect and sensitivities
J.M. Saurel, J. Lassale, W. Shahab, G. Cambon, J. Attal (CEES)
Electronics Letters, vol. 17, n° 10, mai 1981.

J

ANNEXE

I - CONSTANTES ELASTIQUES, PIEZOELECTRIQUES, DIELECTRIQUES ainsi que LEURS COEFFICIENTS DE TEMPERATURE D'ORDRE 1 et 2

QUARTZ

+ Elasticité :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & C_{66}=\tfrac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) \end{bmatrix}$$

$C_{11} = 8{,}674 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{12} = 0{,}699 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{13} = 1{,}191 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{14} = -1{,}791 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{33} = 10{,}72 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{44} = 5{,}794 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{66} = 3{,}988 \cdot 10^{10}$ N/m²

+ Piézoélectricité

$$\begin{bmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$e_{11} = 0{,}171$ C/m²

$e_{14} = -0{,}0406$ C/m²

+ Permittivité

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_{11} = 39{,}2 \cdot 10^{-12}$ F/m

$\varepsilon_{33} = 41{,}0 \cdot 10^{-12}$ F/m

+ Coefficients de température à 25°C

(I,J)	$\alpha_{c_{ij}}^{(1)} \times 10^{-6}$/°K	$\alpha_{c_{ij}}^{(2)} \times 10^{-9}$/°K²	$\alpha_{e_{ij}}^{(1)} \times 10^{-6}$/°K	$\alpha_{e_{ij}}^{(1)} \times 10^{-6}$/°K	$\alpha_{\varepsilon_{ij}}^{(1)} \times 10^{-6}$/°K
11	- 48,5	- 107	160	0	28
12	- 3000	- 3050			
13	- 550	- 1150			
14	101	- 48	- 1440	0	
33	- 160	- 275			39
44	- 177	- 216			
66	178	118			
			A	B	

$\alpha_{e_{ij}}^{(2)} = 0$ les valeurs sont encore inconnues

$\alpha_{\varepsilon_{ij}}^{(2)} = 0$

A valeurs publiées
B valeurs en accord avec l'expérience

+ Coefficients de dilatation thermique

$$\alpha_X^{(1)} = \alpha_Y^{(1)} = 13{,}71\ 10^{-6}/°K$$

$$\alpha_Z^{(1)} = 7{,}48\ 10^{-6}/°K$$

$$\alpha_X^{(2)} = \alpha_Y^{(2)} = 6{,}5\ 10^{-9}/°K^2$$

$$\alpha_Z^{(2)} = 2{,}9\ 10^{-9}/°K^2$$

+ Masse volumique

$$\rho_o = 2648\ Kg/m^3$$

ARSENIURE DE GALLIUM

+ Elasticité

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

$C_{11} = 11,88 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{12} = 5,38 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{44} = 5,94 \cdot 10^{10}$ N/m²

+ Piézoélectricité

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} \end{bmatrix}$$

$e_{14} = -0,160$ C/m²

+ Permittivité

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{11} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_{11} = 9,735.10^{-11}$ F/m

+ Coefficients de température à 25°C

(I,J)	$\alpha^{(1)}_{c_{ij}} \times 10^{-6}$/°K	$\alpha^{(1)}_{e_{ij}} \times 10^{-6}$/°K	$\alpha^{(1)}_{\varepsilon_{ij}} \times 10^{-6}$/°K
11	- 104		120
12	- 96,1		
44	- 98,8		
14		1,0	

$\alpha^{(2)}_{c_{ij}} = 0$ $\alpha^{(2)}_{e_{ij}} = 0$ $\alpha^{(2)}_{\varepsilon_{ij}} = 0$ ces valeurs sont inconnues

+ Coefficients de dilatation thermique

$$\alpha_X^{(1)} = \alpha_Y^{(1)} = \alpha_Z^{(1)} = 5{,}3.10^{-6}/°K$$

+ Masse volumique

$$\rho_o = 5316 \text{ Kg/m}^3$$

NIOBATE DE LITHIUM

+ Elasticité

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & C_{13} \end{bmatrix}$$

$C_{11} = 20{,}3 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{12} = 5{,}3 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{13} = 7{,}5 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{14} = 0{,}9 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{33} = 24{,}5 \cdot 10^{10}$ N/m²

$C_{44} = 6{,}0 \cdot 10^{10}$ N/m²

+ Piézoélectricité

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & e_{16} \\ e_{16} & -e_{16} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$e_{15} = 3,7\ C/m^2$

$e_{16} = -2,5\ C/m^2$

$e_{31} = 0,2\ C/m^2$

$e_{33} = 1,3\ C/m^2$

+ Permittivité

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_{11} = 38,9.10^{-11}\ F/m$

$\varepsilon_{33} = 25,7.10^{-11}\ F/m$

+ Coefficients de température à 25°C

$\alpha^{(2)}_{c_{ij}} = 0$ $\qquad$ $\alpha^{(2)}_{e_{ij}} = 0$ $\qquad$ $\alpha^{(2)}_{\varepsilon_{ij}} = 0$

ces valeurs sont encore inconnues

(I,J)	$\alpha^{(1)}_{c_{ij}} \times 10^{-6}/°K$	$\alpha^{(1)}_{e_{ij}} \times 10^{-6}/°K$	$\alpha^{(1)}_{\varepsilon_{ij}} \times 10^{-6}/°K$
11	-174		323
12	-252		
13	-159		
14	-214		
33	-153	887	627
44	-204		
15		147	
16		79	
31		22.	

+ coefficients de dilatation thermique

$\alpha^{(1)}_X = \alpha^{(1)}_Y = 15,4\ 10^{-6}/°K$

$\alpha^{(1)}_Z = 7,5\ 10^{-6}/°K$

+ masse volumique

$\rho_o = 4700\ Kg/m^3$

2 - COEFFICIENT DE TEMPERATURE D'ORDRE 2 D'UN ELEMENT DE LONGUEUR DIRIGE SUIVANT X_1

$$\alpha^{(2)}_{\ell_{x1}} = \tfrac{1}{2}\,[\alpha_X^{(1)^2} xA + \alpha_Y^{(1)^2} xB + \alpha_Z^{(1)^2} xC + 2\alpha_X^{(2)} D + 2\alpha_Y^{(2)} E + 2\alpha_Z^{(2)} F$$

$$x_1 x_2 x_3 \qquad - 2\alpha_X^{(1)}\alpha_Y^{(1)} G - 2\alpha_Z^{(1)}\alpha_X^{(1)} H - 2\alpha_Y^{(1)}\alpha_X^{(1)} I]$$

Notations :

$A = (\cos^2\Psi \cos^2\Phi + \sin^2\theta \sin^2\Phi \sin^2\Psi)\ (1 - \cos^2\Psi \cos^2\Phi - \sin^2\theta \sin^2\Phi \sin^2\Psi)$

$B = (\cos^2\Psi \sin^2\Phi + \sin^2\theta \cos^2\Phi \sin^2\Psi)\ (1 - \cos^2\Psi \sin^2\Phi - \sin^2\theta \cos^2\Phi \sin^2\Psi)$

$C = (\sin^2\Psi \cos^2\theta)\ (1 - \sin^2\Psi \cos^2\theta)$

$D = (\cos^2\Psi \cos^2\Phi + \sin^2\Phi \sin^2\theta \sin^2\Psi)$

$E = (\cos^2\Psi \sin^2\Phi + \cos^2\Phi \sin^2\theta \sin^2\Psi)$

$F = \sin^2\Psi \cos^2\theta$

$G = (\cos^2\Psi \cos^2\Phi + \sin^2\Phi \sin^2\theta \sin^2\Psi)\ (\cos^2\Psi \sin^2\Phi + \cos^2\Phi \sin^2\theta \sin^2\Psi)$

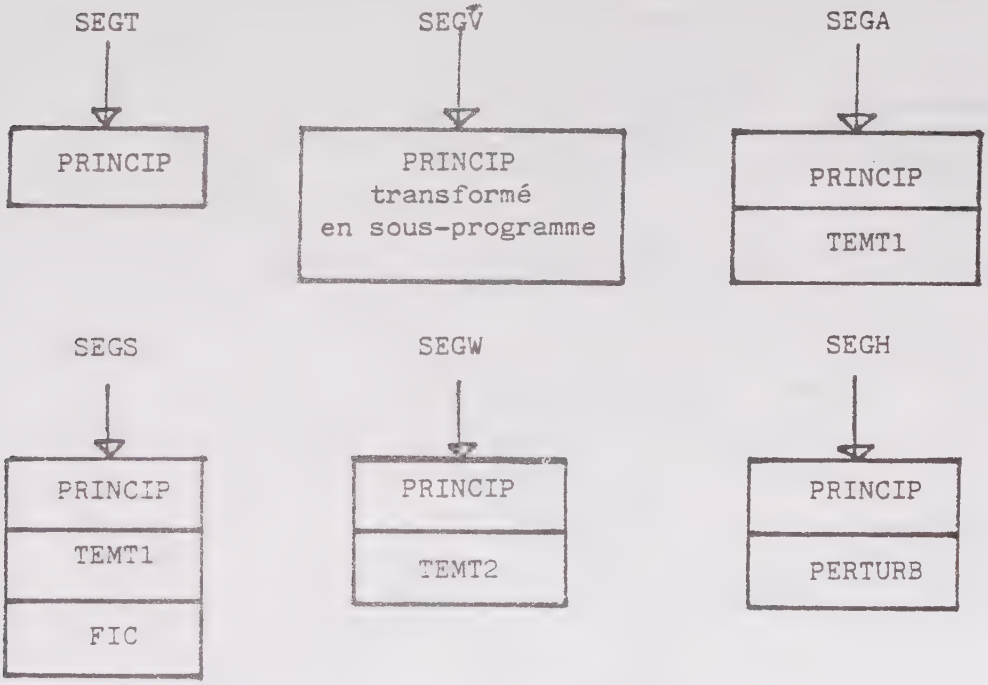
$H = \cos^2\theta \sin^2\Psi\ (\cos^2\Phi \cos^2\Psi + \sin^2\theta \sin^2\Phi \sin^2\Psi)$

$I = \cos^2\theta \sin^2\Psi\ (\sin^2\Phi \cos^2\Psi + \sin^2\theta \cos^2\Phi \sin^2\Psi)$

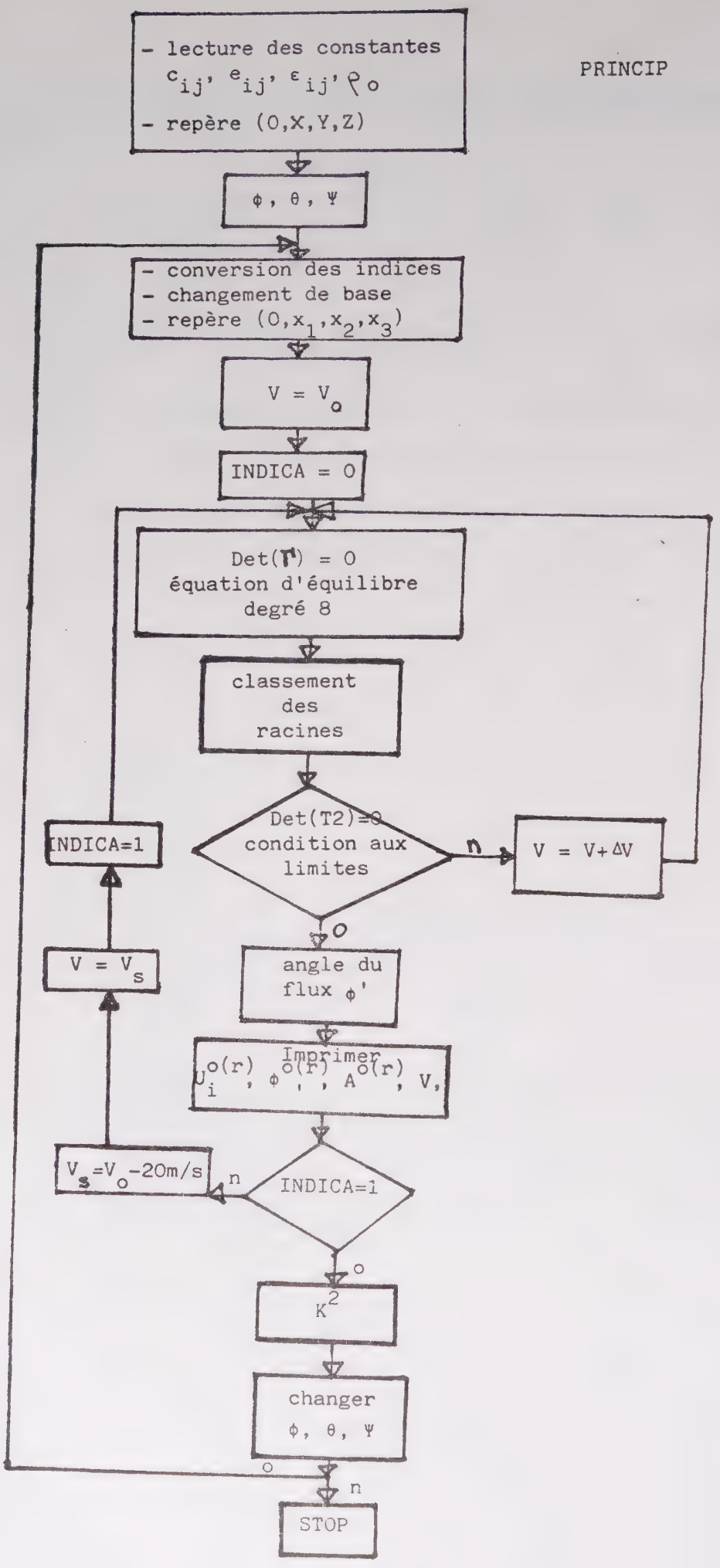
3 - ORGANIGRAMME DES PROGRAMMES DE CALCUL

LES SIX OPTIONS

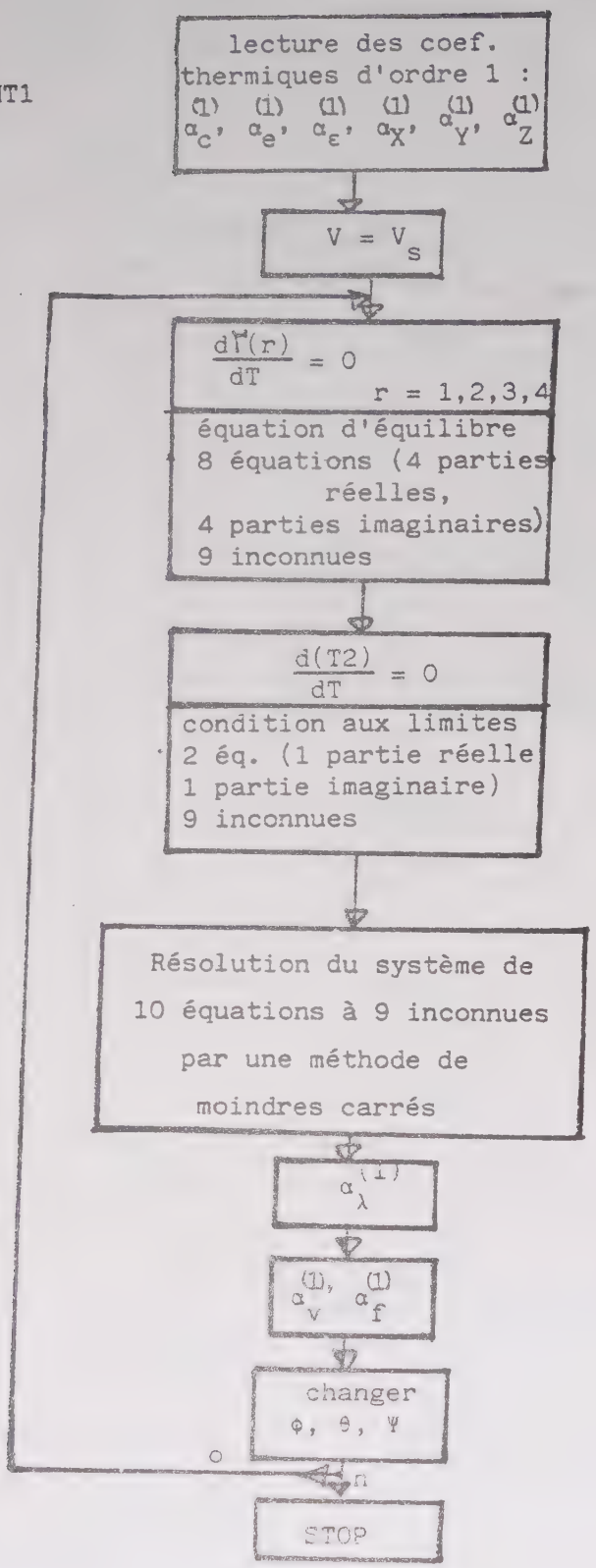
PRINCIP	→ caractéristiques générales de l'onde
TEMT1	→ coefficients de température du 1er ordre
TEMT2	→ coefficients de température du 2e ordre
FIC	→ création d'un fichier mémorisant toutes les caractéristiques de l'onde pour les coupes et directions de propagation intéressantes
PERTURB	→ $\Delta f/f_o$ par la méthode des perturbations

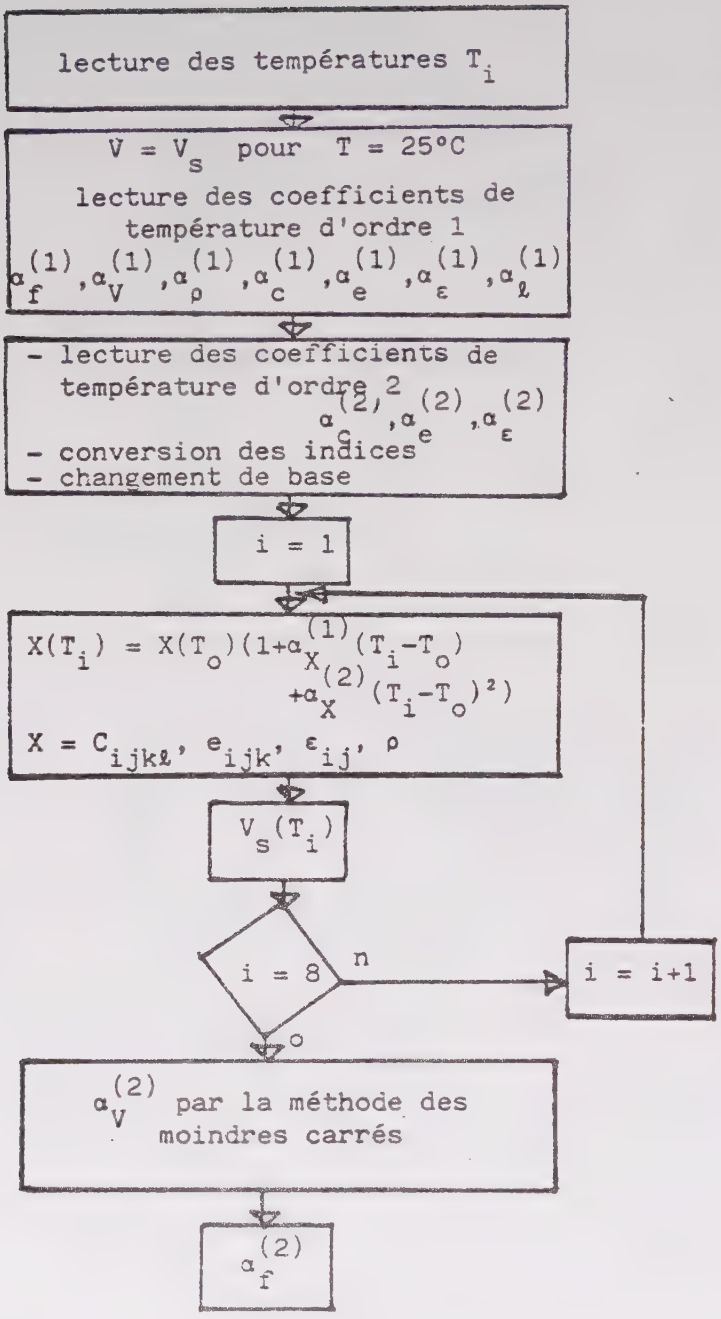


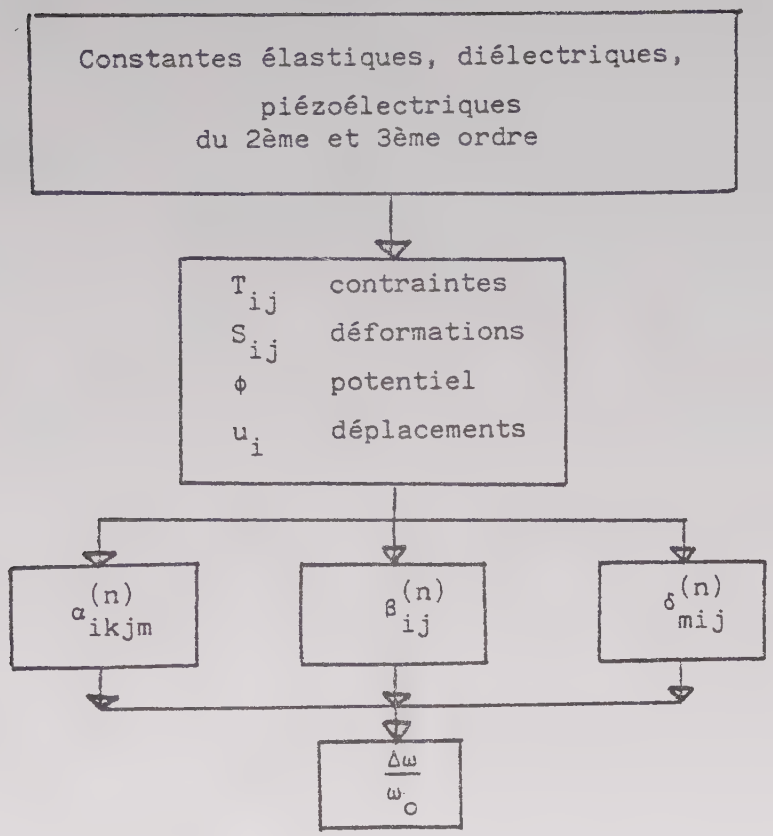
PRINCIP


- lecture des constantes c_{ij}, e_{ij}, ε_{ij}, ρ_o
- repère (O,X,Y,Z)
ϕ, θ, Ψ
- conversion des indices
- changement de base
- repère (O,x_1,x_2,x_3)
$V = V_o$
INDICA = 0
Det(Γ) = 0
équation d'équilibre
degré 8
classement des racines
Det(T2)=0
condition aux limites
n
$V = V + \Delta V$
o
angle du flux ϕ'
Imprimer
$U_i^{o(r)}$, $\phi^{o(r)}$, $A^{o(r)}$, V,
INDICA=1
n
$V_s = V_o - 20 m/s$
INDICA=1
o
K^2
changer
ϕ, θ, Ψ
o
n
STOP
$V = V_s$

TEMT1


lecture des coef. thermiques d'ordre 1 : $\alpha_c^{(1)}$, $\alpha_e^{(1)}$, $\alpha_\varepsilon^{(1)}$, $\alpha_X^{(1)}$, $\alpha_Y^{(1)}$, $\alpha_Z^{(1)}$
V = V_s
$\frac{d\vec{T}(r)}{dT} = 0$ r = 1,2,3,4
équation d'équilibre
8 équations (4 parties réelles, 4 parties imaginaires)
9 inconnues
$\frac{d(T2)}{dT} = 0$
condition aux limites
2 éq. (1 partie réelle 1 partie imaginaire)
9 inconnues
Résolution du système de 10 équations à 9 inconnues par une méthode de moindres carrés
$\alpha_\lambda^{(1)}$
$\alpha_v^{(1)}$, $\alpha_f^{(1)}$
changer ϕ, θ, Ψ
o
n
STOP


lecture des températures T_i
$V = V_s$ pour $T = 25°C$
lecture des coefficients de température d'ordre 1
$\alpha_f^{(1)}, \alpha_V^{(1)}, \alpha_\rho^{(1)}, \alpha_c^{(1)}, \alpha_e^{(1)}, \alpha_\varepsilon^{(1)}, \alpha_\ell^{(1)}$
- lecture des coefficients de température d'ordre 2 $\alpha_c^{(2)}, \alpha_e^{(2)}, \alpha_\varepsilon^{(2)}$
- conversion des indices
- changement de base
i = 1
$X(T_i) = X(T_o)(1+\alpha_X^{(1)}(T_i-T_o) +\alpha_X^{(2)}(T_i-T_o)^2)$
$X = C_{ijk\ell}, e_{ijk}, \varepsilon_{ij}, \rho$
$V_s(T_i)$
i = 8
n
i = i+1
o
$\alpha_V^{(2)}$ par la méthode des moindres carrés
$\alpha_f^{(2)}$


Constantes élastiques, diélectriques,
piézoélectriques
du 2ème et 3ème ordre
T_{ij} contraintes
S_{ij} déformations
ϕ potentiel
u_i déplacements
$\alpha^{(n)}_{ikjm}$
$\beta^{(n)}_{ij}$
$\delta^{(n)}_{mij}$
$\frac{\Delta\omega}{\omega_o}$

4 - EFFETS DYNAMIQUES

4.1 - Relation déterminant les paramètres $\tilde{\alpha}^{(1)}_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{\alpha}^{(2)}_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{b}_{\mathcal{C}_2}$, $\tilde{c}_{\mathcal{C}_2}$ en fonction de ceux exprimés par rapport à $\mathcal{C}_o$ température de référence

En $\mathcal{C}_o$

$$\frac{\Delta f}{f_o} = (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C} - \mathcal{C}_o) + (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C} - \mathcal{C}_o)^2 \quad ; \quad f_o = f(\mathcal{C}_o)$$

En $\mathcal{C}_2$

$$\frac{\Delta f}{f'_o} = (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_2} (\mathcal{C} - \mathcal{C}_2) + (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_2} (\mathcal{C} - \mathcal{C}_2)^2 \quad ; \quad f'_o = f(\mathcal{C}_2)$$

$$\frac{\Delta f}{f_o} = (\mathcal{C} - \mathcal{C}_2) \left[(\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} + 2(\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o)(\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} \right] + (\mathcal{C} - \mathcal{C}_2)^2 \left[(\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} \right] + (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o) + (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o)^2$$

$$\frac{f_o}{f'_o} = \frac{1}{(1 + (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o) + (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o)^2}$$

or $\quad (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o) + (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} (\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o)^2 \ll 1$

Simplifions les expressions et identifions :

$$\begin{aligned} f'_o &\sim f_o \\ (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_2} &= (\tilde{\alpha}_f^{(1)} + \tilde{b})_{\mathcal{C}_o} + 2(\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_o)(\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} \\ (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_2} &= (\tilde{\alpha}_f^{(2)} + \tilde{c})_{\mathcal{C}_o} \end{aligned} \qquad (17)$$